VZOROVÉ RIEŠENIA
Astronomickej olympiády 2026

Kolo: **regionálne kolo** Kategória: **základná škola**

Teoretické úlohy

Praktická časť

Dokopy bolo možné získať **600 b**

Zverejnené 24. 03. 2026

Slovenská ústredná hvezdáreň v Hurbanove

Súťaž vyhlasuje Slovenská ústredná hvezdáreň Hurbanovo v spolupráci so SAS pri SAV, s hvezdárňami a planetáriami, astronomickými kabinetmi, osvetovými strediskami, centrami voľného času a regionálnymi kultúrnymi centrami.

Teoretické úlohy

T1 Vek vesmíru (**50 b**, autor: Samuel Amrich, opravuje: Radovan Lascsák)

V kozmológii je známy *Hubblov-Lemaîtrov zákon*, ktorý určuje, ako rýchlo sa vesmír rozpína. To sa dá zapísať ako

$$v = H \cdot d\,, \tag{T1.1}$$

kde v je rýchlosť, s akou sa vzdialené objekty (napríklad galaxie) od nás vzďaľujú, d je ich vzdialenosť od nás a H je *Hubblova konštanta*, ktorú vieme z astronomických meraní zistiť. Ako prvý tak učinil Edwin Hubble a získal hodnotu $H = 500\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$, čo je výrazne odlišné číslo ako súčasné merania. Zaujímavosťou je, že znalosť H nám dovoľuje odhadnúť vek vesmíru. Na pochopenie toho, ako to funguje, si skúsme rovnicu vyššie upraviť na tvar

$$\frac{1}{H} \cdot v = d\,. \tag{T1.2}$$

Ak sa zamyslíte, toto je veľmi podobné rovnici pre rovnomerný pohyb: $t \cdot v = d$. Uvažujeme, že počiatok vesmíru je moment, v ktorom boli všetky pozorované objekty vesmíru v jednom, nekonečne malom bode na jednom mieste. S týmito znalosťami a hodnotou H od Edwina Hubbla určte vek vesmíru v *rokoch*. Uvažujte, že Hubblova konštanta je v čase konštantná.

Ako prvé si pod seba napíšeme 2 rovnice, ktoré máme poskytnuté v zadaní: rovnicu pre rovnomerný pohyb a rovnicu pre Hubblov-Lemaîtrov zákon v upravenom tvare:

$$t \cdot v = d\,, \tag{T1.3}$$

$$\frac{1}{H} \cdot v = d\,. \tag{T1.4}$$

Preto vidíme, že $\frac{1}{H}$ v druhej rovnici prislúcha času t v prvej rovnici, pričom čas t predstavuje vek vesmíru. To znamená, že môžeme písať

$$t = \frac{1}{H}\,. \tag{T1.5}$$ 20 b

Hodnotu Hubblovej konštanty neberieme z konštantovníka, ale ako hovorí zadanie, vezmeme hodnotu, ktorú nameral Edwin Hubble:

$$H = 500\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}\,. \tag{T1.6}$$ 5 b

Čo vieme dosadiť do vyjadrenia pre čas (T1.5)

$$t = \frac{1}{500\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}}\,. \tag{T1.7}$$ 5 b

Ďalej sa potrebujeme pohrať s jednotkami. Využijeme nasledovné prepočty do základných jednotiek sústavy SI:

$$\mathrm{km} = 1000\,\mathrm{m} \quad , \quad \mathrm{s}^{-1} = \frac{1}{\mathrm{s}}\,, \tag{T1.8}$$

$$\mathrm{Mpc}^{-1} = \frac{1}{10^6\,\mathrm{pc}} = \frac{1}{10^6 \cdot 3{,}262 \cdot 63\,241 \cdot 149\,597\,870\,700\,\mathrm{m}} = \frac{1}{3{,}086 \cdot 10^{22}\,\mathrm{m}}\,. \tag{T1.9}$$ 10 b

Pri prevode megaparseku (Mpc) na metre (m) sme využili hodnoty z konštantovníka, konkrétne postupne: prevod z parsekov na svetelné roky ($1\,\mathrm{pc} = 3{,}262\,\mathrm{ly}$), prevod zo svetelných rokov na astronomické jednotky ($1\,\mathrm{ly} = 63\,241\,\mathrm{au}$) a prevod z astronomických jednotiek na metre ($1\,\mathrm{au} = 149\,597\,870\,700\,\mathrm{m}$).

Dosadením všetkých prevodov do rovnice (T1.7) dostaneme

$$t = \frac{1}{500 \cdot 1000\,\mathrm{m} \cdot \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot \frac{1}{3{,}086 \cdot 10^{22}\,\mathrm{m}}} = \frac{1}{\frac{500 \cdot 1000\,\cancel{\mathrm{m}}}{\mathrm{s} \cdot 3{,}086 \cdot 10^{22}\,\cancel{\mathrm{m}}}} = \frac{\mathrm{s} \cdot 3{,}086 \cdot 10^{22}}{500\,000} \doteq 6{,}172 \cdot 10^{16}\,\mathrm{s}\,. \tag{T1.10}$$ 5 b

Nakoniec ostáva previesť sekundy na roky. Využijeme, že:

$$1\,\mathrm{rok} = 365{,}25\,\mathrm{dňa}\,, \tag{T1.11}$$

$$1\,\mathrm{deň} = 24\,\mathrm{h}\,, \tag{T1.12}$$

$$1\,\mathrm{h} = 60\,\mathrm{min}\,, \tag{T1.13}$$

$$1\,\mathrm{min} = 60\,\mathrm{s}\,. \tag{T1.14}$$

Čiže

$$1\,\mathrm{rok} = 365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\,\mathrm{s} = 31\,557\,600\,\mathrm{s}\,, \tag{T1.15}$$

čo je pre zaujímavosť približne rovné $\pi \cdot 10^7$. Ako vek vesmíru v rokoch preto dostávame

$$t = \frac{6{,}172 \cdot 10^{16}}{31\,557\,600}\,\mathrm{rokov} \doteq \boxed{2 \cdot 10^9\,\mathrm{rokov}}\,. \tag{T1.16}$$ 5 b

Dostali sme vek vesmíru približne 2 miliardy rokov. Súčasné kozmologické modely vesmíru odhadujú vek vesmíru na 14 miliárd rokov, teda 7-krát viac ako z meraní Edwina Hubbla.

T2 Heliostacionárna družica (60 b, autor: Samuel Buranský)

Geostacionárna družica je družica, ktorá obieha okolo Zeme takým spôsobom, aby bola neustále nad jedným miestom na Zemi. Najčastejším využitím geostacionárnych družíc je telekomunikácia, prenos dát, meteorológia, navigácia alebo sledovanie Zeme. Predstavme si na výskumné účely takzvanú heliostacionárnu družicu, teda družicu, ktorá obieha v rovine slnečného rovníka a neustále sleduje jedno jeho miesto. Vypočítajte, ako ďaleko od povrchu Slnka by bola heliostacionárna družica sledujúca rovník Slnka.

Slnko je zaujímavé tým, že nerotuje ako tuhé teleso, ale má takzvanú diferenciálnu rotáciu, čo znamená, že rôzne časti Slnka rotujú rôzne rýchlo. Rotačná perióda na slnečnom rovníku je 25,67 dní a napríklad na 75° heliografickej šírky je rotačná perióda 33,40 dní.

Stacionárna dráha je charakteristická tým, že obežná doba satelitu je zhodná s rotačnou periódou centrálneho telesa a zároveň ide o kruhovú dráhu. Na výpočet vzdialenosti od povrchu Slnka môžeme využiť jednoducho 3. Keplerov zákon a vypočítať veľkú polos jeho dráhy. Môžeme využiť tvar 3. Keplerovho zákona pre slnečnú sústavu 15 b

$$a^3 = P^2\,, \tag{T2.1}$$ 15 b

kde veľká polos a je v astronomických jednotkách a obežná perióda P v rokoch. Z rovnice si vyjadríme veľkú polos

$$a = \sqrt[3]{P^2}\,. \tag{T2.2}$$ 15 b

Obežnú periódu premeníme na roky: 25,67 dní = 0,070 28 roka. Po dosadení do rovnice dostaneme veľkú polos ako $a \doteq 0{,}1703$ au. Po premene na kilometre dostaneme $a \doteq 2{,}548 \cdot 10^7$ km. 5 b
Na zistenie výšky nad povrchom len odpočítame polomer Slnka a družica bude nad povrchom 5 b
približne $\boxed{2{,}478 \cdot 10^7\ \mathrm{km}}$. 5 b

Uvedieme ešte alternatívnu časť riešenia na výpočet veľkej polosi dráhy. Namiesto použitia rokov a astronomických jednotiek by bolo možné použiť 3. Keplerov zákon v plnom znení alt.:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{G(M+m)}{4\pi^2}\,, \tag{T2.3}$$ 15 b

kde a je veľká polos v metroch, P obežná perióda v sekundách, $G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$ je gravitačná konštanta, $M = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg je hmotnosť Slnka a m je hmotnosť družice, ktorú môžeme zanedbať, keďže je oveľa menšia než hmotnosť Slnka. 5 b

Ak v rovnici (T2.3) zanedbáme m a vyjadríme veľkú polos, dostaneme výraz

$$a = \sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}}\,, \tag{T2.4}$$ 10 b

kam dosadíme konštanty a periódu v základných jednotkách $P = 2{,}218 \cdot 10^6$ s a dostaneme veľkú polos $\boxed{a \doteq 2{,}548 \cdot 10^{10}\ \mathrm{m} = 2{,}548 \cdot 10^7\ \mathrm{km}}$, čo je rovnaký výsledok ako v prvej časti. 10 b

T3 Litosféra

(**70 b**, autor: Samuel Buranský)

V mnohých hvezdárňach sa na propagáciu a edukáciu využívajú nafukovacie modely planét. Na hvezdárni, kde pracuje Sam, predstavili ako novinku model *Litosféra*, teda model Zeme bez vody, ktorý má priemer 10 metrov. Vedľa modelu Zeme je vyrobená menšia kovová guľa, ktorá predstavuje všetku vodu na Zemi. Vypočítajte priemer tejto gule.

O vode na Zemi vieme, že pokrýva 70 % jej povrchu. Pre jednoduchosť predpokladajte, že všetka voda je obsiahnutá v oceánoch (túto aproximáciu môžeme urobiť vďaka tomu, že až 97 % objemu vody sa nachádza v oceánoch) a že všetky oceány majú hĺbku 3800 m.

Ako prvé si musíme hĺbku oceánov previesť do mierky modelu. Priemer modelu 10 m reprezentuje priemer Zeme v skutočnosti, ktorý je dvojnásobkom polomeru Zeme $R_\oplus$, teda číselne $2R_\oplus = 2 \cdot 6378\,\mathrm{km} = 12\,756\,\mathrm{km} = 1{,}2756 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$. 3 b

Hĺbku oceánov na modelovej Zemi môžeme spočítať pomocou trojčlenky, kde na ľavej strane je priemer Zeme, na pravej hĺbka oceánov; a čitatele odpovedajú skutočnej Zemi a menovatele modelu:

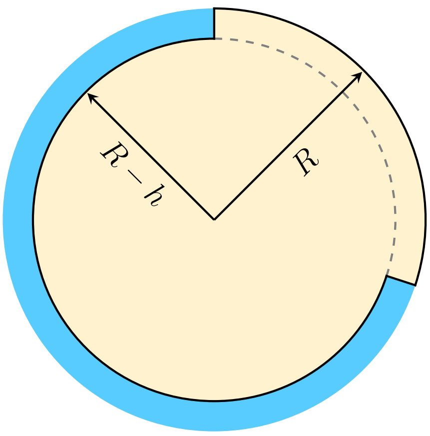
$$\frac{1{,}2756 \cdot 10^7\,\mathrm{m}}{10\,\mathrm{m}} = \frac{3800\,\mathrm{m}}{h}\,, \tag{T3.1}$$ 7 b

odkiaľ po prevrátení zlomkov dostaneme

$$\frac{10\,\mathrm{m}}{1{,}2756 \cdot 10^7\,\mathrm{m}} = \frac{h}{3800\,\mathrm{m}}\,, \tag{T3.2}$$

a po vynásobení menovateľom z pravej strany dostaneme hĺbku oceánov v modelovej Zemi

$$h = \frac{10\,\mathrm{m}}{1{,}2756 \cdot 10^7\,\mathrm{m}} \cdot 3800\,\mathrm{m} = 2{,}9790 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 2{,}9790\,\mathrm{mm}\,. \tag{T3.3}$$ 5 b



Obr. T3.1: Schéma modelu Zeme. Obrázok predstavuje rez zemeguľou vedený cez jej stred. Modrá predstavuje nahromadené oceány, R je polomer Zeme a h je hĺbka oceánov.

Následne potrebujeme zistiť objem vody v mierke modelovej Zeme, ktorej polomer R je polovica priemeru modelu, teda $R = (10/2)\,\mathrm{m} = 5\,\mathrm{m}$. Podľa zadania predpokladáme, že voda tvorí súvislú vrstvu do hĺbky h a časť povrchu Zeme, ktorú pokrýva, je $k = 70\,\% = 0{,}70$. Objem vody je rovný k-násobku objemu tenkého sférického plášťa Zeme s hrúbkou h. Situácia je zobrazená na obrázku T3.1 vľavo. 20 b

Jeden zo spôsobov, ako zistiť objem sférického plášťa, je vypočítať objem vonkajšej gule s polomerom R a odčítať objem vnútornej gule s polomerom $R - h$. Objem vonkajšej gule je daný vzťa- 5 b
hom $V_\mathrm{E} = \frac{4}{3}\pi R^3$ a vnútornej $V_\mathrm{I} = \frac{4}{3}\pi (R-h)^3$. 2 × 3 b

Dosadením hodnôt dostaneme tieto objemy ako $V_\mathrm{E} = 523{,}5988\,\mathrm{m}^3$ a $V_\mathrm{I} = 522{,}6635\,\mathrm{m}^3$. Potom tieto objemy odrátame a vynásobíme koeficientom k (podiel oceánov), čím dostaneme objem vody 2 × 2 b

$$V = k \cdot (V_\mathrm{E} - V_\mathrm{I}) = 0{,}7 \cdot 0{,}935\,\mathrm{m}^3 = 0{,}6547\,\mathrm{m}^3\,. \tag{T3.4}$$ 5 b

Z tohto objemu napokon vypočítame polomer menšej gule znázorňujúcej objem vody. Zo vzťahu pre objem

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \tag{T3.5}$$ 5 b

vyjadríme polomer

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = 0{,}5387\,\mathrm{m}\,. \tag{T3.6}$$ 6 b

Priemer gule zobrazujúcej vodu pre model Zeme (s priemerom 10 m) je

$$d = 2r = 2 \cdot 0{,}5387\,\mathrm{m} = 1{,}0756\,\mathrm{m} \doteq \boxed{1{,}1\,\mathrm{m}}\,, \tag{T3.7}$$ 4 b

čo nám dáva veľmi dobrý obraz o množstve vody na Zemi. Objem gule s priemerom približne 1 meter je relatívne malý vzhľadom na objem gule s priemerom 10 metrov. Znamená to, že aj napriek tomu, že veľkú časť povrchu Zeme tvorí voda, tak voči objemu Zeme je objem vody relatívne zanedbateľný.

Iný spôsob, ako vypočítať objem vody v tenkom sférickom plášti, je predstaviť si, že ho rozvinieme do tenkého útvaru s výškou h a plochou podstavy rovnou ploche oceánov. Toto zjednodušenie si môžeme dovoliť na základe malej hrúbky plášťa v porovnaní s rozmerom gule. Plocha oceánov je rovná povrchu gule $S = 4\pi R^2$ vynásobenému podielom oceánov k. Objem oceánov je daný ako ich plocha vynásobená ich výškou, čiže alt.: 8 b 6 b

$$V = 4\pi R^2 k h = 0{,}6551\,\mathrm{m}^3\,, \tag{T3.8}$$ 6 b

čo je výsledok, ktorý vedie na rovnaký priemer $d \doteq 1{,}1\,\mathrm{m}$, ako sme určili predtým.

(autor: Jana Švrčková)

T4 Neskutočne Extrémne Obrovské ďalekohľady (100 b)

V čilskej púšti Atacama sa na hore Cerro Paranal nachádza observatórium známe vďaka skupine ďalekohľadov, ktoré sa dohromady nazývajú *Very Large Telescope* (VLT). VLT sa celkovo skladá z 8 ďalekohľadov, 4 z nich sa nazývajú *Unit Telescopes* (UT) a každý z nich má priemer primárneho zrkadla 8,2 m. Zvyšné 4 ďalekohľady sa nazývajú *Auxiliary Telescopes* (AT) a majú priemer primárneho zrkadla 1,8 m. AT sú zaujímavé najmä tým, že môžu meniť svoju polohu a využívajú sa na pozorovaciu techniku, ktorá sa nazýva interferometria.

Interferometria nám umožňuje kombinovať svetlo medzi dvomi ďalekohľadmi a získať tým oveľa lepšie rozlíšenie. Rozlíšenie interferometra totiž nezávisí od rozmerov jednotlivých ďalekohľadov, ale od vzdialenosti medzi nimi. Minimálna možná vzdialenosť medzi dvomi AT je 8 m a maximálna vzdialenosť je 200 m.

O niekoľko desiatok kilometrov ďalej sa na hore Cerro Armazones buduje najväčší ďalekohľad na svete – *Extremely Large Telescope* (ELT) s priemerom primárneho zrkadla až 39 m. Skladať sa má zo 798 šesťuholníkových segmentov a k dispozícii bude 133 náhradných segmentov, ktorými sa budú postupne nahrádzať použité segmenty. Denne je možné vymeniť 2 segmenty, vďaka čomu bude ďalekohľad neustále použiteľný a primárne zrkadlo v excelentnom stave.

Úlohy

(a) *[25 b]* Koľkokrát lepšie je uhlové rozlíšenie ELT (teda koľkokrát uhlovo menšie objekty dokáže ELT rozlíšiť) v porovnaní s jedným UT na Paranale? Predpokladajte, že obidva ďalekohľady pozorujú rovnaké vlnové dĺžky svetla.

(b) *[10 b]* Za akú dobu sa obmení všetkých 798 segmentov primárneho zrkadla na ELT?

(c) *[15 b]* Aké by bolo zväčšenie ELT, ak by sme namiesto rôznych prístrojov použili okulár s ohniskovou vzdialenosťou 30 mm? Ohnisková vzdialenosť samotného ďalekohľadu je až 17,75 m.

(d) *[25 b]* Koľkokrát viac svetla zozbiera ELT ako všetky 4 UT? Tvar primárneho zrkadla ELT je pomerne komplikovaný, pre účely tohto príkladu si ho ale môžete predstaviť ako kruh so spomínaným priemerom 39 m s dierou v strede (slúži na prechod svetla k ostatným zrkadlám), ktorá má priemer 11,1 m. Primárne zrkadlá UT majú klasický, kruhový tvar.

(e) *[25 b]* Interferometer GRAVITY kombinuje svetlo dvojíc ďalekohľadov AT s vlnovou dĺžkou 2200 nm. Vypočítajte najlepšie možné rozlíšenie, aké môže dosiahnuť GRAVITY, a porovnajte ho s rozlíšením ELT na vlnovej dĺžke 550 nm (viditeľné svetlo). Ktorý z týchto prístrojov má detailnejšie rozlíšenie?

Pomôcky

Úlohy v tomto príklade na seba nenadväzujú a môžete ich riešiť v ľubovoľnom poradí.

Pri počítaní príkladu môžete využiť vzorec na uhlové rozlíšenie ďalekohľadu

$$\theta = 206\,265 \cdot 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D}\,, \tag{T4.1}$$

kde λ je vlnová dĺžka v metroch, na ktorej ďalekohľad pozoruje, a D je priemer ďalekohľadu v metroch. Výsledný uhol θ vychádza v uhlových sekundách (″).

Vzorec na rozlíšenie interferometra je mierne odlišný. Platí

$$\theta = 206\,265 \cdot \frac{\lambda}{2d}\,, \tag{T4.2}$$

kde λ je vlnová dĺžka v metroch a d je vzdialenosť v metroch medzi dvomi ďalekohľadmi, ktorých svetlo kombinujeme. Výsledný uhol θ vychádza v uhlových sekundách (″).

(a) Túto úlohu je možné riešiť dvomi spôsobmi. Začneme tým rýchlejším. Stačí, ak si uvedomíme, že v prípade, keď ďalekohľady pozorujú na rovnakej vlnovej dĺžke, pomer ich rozlišovacích schopností závisí iba od pomeru ich priemerov. Ten vypočítame jednoducho

$$\frac{D_{\mathrm{ELT}}}{D_{\mathrm{UT}}} = \frac{39}{8{,}2} \doteq \boxed{4{,}8}\,. \tag{T4.3}$$ 25 b

Druhou, zdĺhavejšou možnosťou je vypočítať číselné hodnoty rozlíšení oboch ďalekohľadov pre určitú vlnovú dĺžku a porovnať ich. Použijeme napríklad 550 nm, čo je typická vlnová dĺžka viditeľného svetla, a pre ELT nám vyjde rozlíšenie alt.:

$$\theta_{\mathrm{ELT}} = 206\,265 \cdot 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D_{\mathrm{ELT}}} = 206\,265 \cdot 1{,}22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9}}{39} \doteq 0{,}003\,55''\,. \tag{T4.4}$$ 10 b

V prípade UT dostaneme

$$\theta_{\mathrm{UT}} = 206\,265 \cdot 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D_{\mathrm{UT}}} = 206\,265 \cdot 1{,}22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9}}{8{,}2} \doteq 0{,}0169''\,. \tag{T4.5}$$ 10 b

Porovnaním týchto dvoch rozlíšení získame opäť rovnaký výsledok ako zrýchleným postupom

$$\frac{\theta_{\mathrm{UT}}}{\theta_{\mathrm{ELT}}} = \frac{0{,}0169}{0{,}00355} \doteq 4{,}8\,. \tag{T4.6}$$ 5 b

Rozlíšenie ELT je teda 4,8-krát lepšie ako rozlíšenie UT.

(b) Vieme, že za jeden deň sa dajú vymeniť 2 segmenty zrkadla, pričom celkovo ich je potrebné vymeniť 798. To sa dá stihnúť za čas

$$\frac{798}{2/\text{deň}} = \boxed{399\,\text{dní}}\,, \tag{T4.7}$$ 10 b

čiže zhruba za rok a jeden mesiac.

(c) Zväčšenie vypočítame jednoducho ako podiel ohniskovej vzdialenosti ďalekohľadu f_d a ohniskovej vzdialenosti okuláru f_ok

$$\frac{f_\mathrm{d}}{f_\mathrm{ok}} = \frac{17{,}75\,\mathrm{m}}{30\,\mathrm{mm}} = \frac{17{,}75\,\mathrm{m}}{0{,}03\,\mathrm{m}} \doteq \boxed{592}\,. \tag{T4.8}$$ 15 b

(d) Ďalekohľad zbiera svetlo celou plochou primárneho zrkadla, v tejto úlohe preto potrebujeme vypočítať pomer plochy ELT a súčtu plôch všetkých štyroch UT. Najskôr si vypočítame plochu primárneho zrkadla ELT. Je potrebné mať na pamäti, že v jeho strede je kruhová diera, ktorej plochu je potrebné odčítať.

$$S_\mathrm{ELT} = \pi \cdot \left(\frac{D_\mathrm{ELT}}{2}\right)^2 - \pi \cdot \left(\frac{D_\mathrm{diera}}{2}\right)^2 = \pi \cdot \frac{(39\,\mathrm{m})^2}{4} - \pi \cdot \frac{(11{,}1\,\mathrm{m})^2}{4} \doteq 1098\,\mathrm{m}^2\,. \tag{T4.9}$$ 14 b

Výpočet súčtu plôch UT je jednoduchý, keďže ide iba o 4 kruhové zrkadlá.

$$S_\mathrm{4UT} = 4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{D_\mathrm{UT}}{2}\right)^2 = \pi D_\mathrm{UT}^2 = \pi \cdot (8{,}2\,\mathrm{m})^2 \doteq 211\,\mathrm{m}^2\,. \tag{T4.10}$$ 8 b

ELT teda zozbiera 5,2-krát viac svetla ako všetky 4 UT dohromady, keďže pomer plôch je

$$\frac{S_\mathrm{ELT}}{S_\mathrm{4UT}} = \frac{1098\,\mathrm{m}^2}{211\,\mathrm{m}^2} \doteq \boxed{5{,}2}\,. \tag{T4.11}$$ 3 b

(e) Rozlíšenie ELT na príslušnej vlnovej dĺžke sme už vypočítali v časti (a), potrebujeme už len zistiť rozlíšenie GRAVITY, ktoré získame zo špeciálneho interferometrického vzorca (T4.2). Tu si treba uvedomiť, že najlepšie možné rozlíšenie je vlastne to najmenšie možné rozlíšenie, pretože nám umožňuje vidieť čo najviac detailov. Zo vzorca (T4.2) vidíme, že číselná hodnota rozlíšenia je nepriamo úmerná vzdialenosti medzi ďalekohľadmi. Do vzorca preto dosadíme najväčšiu možnú vzdialenosť medzi AT, čo je 200 m, a dostaneme

$$\theta_\mathrm{GRAVITY} = 206\,265 \cdot \frac{\lambda_\mathrm{G}}{2 d_\mathrm{AT,max}} = 206\,265 \cdot \frac{2200 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}{2 \cdot 200\,\mathrm{m}} \doteq 0{,}001\,13''\,. \tag{T4.12}$$ 20 b

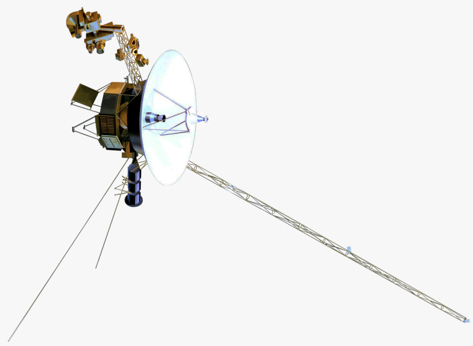
Uhol θ_GRAVITY je menší ako uhol θ_ELT, teda s GRAVITY vidíme menšie detaily ako s ELT. Pomer rozlíšení je

$$\frac{\theta_\mathrm{ELT}}{\theta_\mathrm{GRAVITY}} = \frac{0{,}003\,55''}{0{,}001\,13''} \doteq \boxed{3{,}1}\,. \tag{T4.13}$$ 5 b

T5 Voyager 2

(**120 b**, autor: Michal Zummer)

20. augusta 1977 bola vypustená medziplanetárna sonda Voyager 2. Prekvapivo, Voyager 1 bol vypustený až 5. septembra 1977, no v priebehu svojej dráhy predbehol Voyager 2. Obe sondy využili gravitačný manéver okolo veľkých plynných planét, ktoré im pomohli dosiahnuť vysokú rýchlosť, ktorou dnes putujú medzihviezdnym priestorom. Voyager 1 je rýchlejší, ale navštívil iba planéty Jupiter a Saturn, zatiaľ čo Voyager 2 navštívil ako prvá a dodnes jediná sonda okrem toho aj planéty Urán a Neptún.



Obr. T5.1: Voyager 2. Zdroj: NASA.

Úlohy

(a) *[16 b]* Na obrázku T5.2 vidíte 4 prelety sondy Voyager 2 okolo plynných planét. Vašou úlohou je identifikovať tieto planéty. V slnečnej sústave sa môžete zorientovať pomocou mesiacov plynných planét.

(b) *[4 b]* Ktorá plynná planéta má najväčší sklon svojej osi rotácie voči ekliptike, a teda rotuje takpovediac „na boku“?

(c) *[10 b]* Z grafu na obrázku T5.3 odčítajte maximálnu rýchlosť sondy.

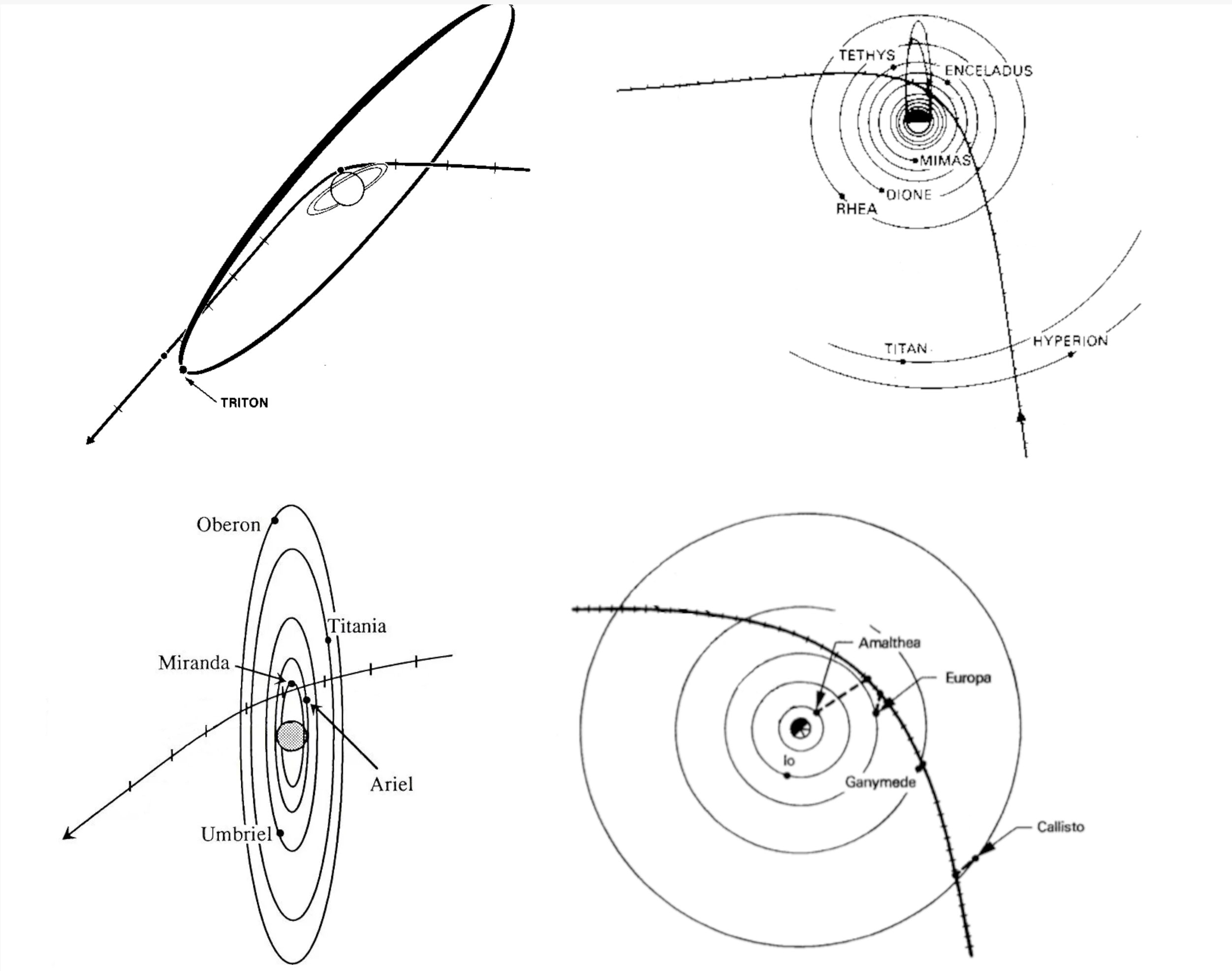
(d) *[30 b]* V tabuľke T5.1 nižšie sú zaznačené uhlové súradnice 4 plynných planét a Zeme v momente, kedy ich navštívila sonda Voyager 2. Vyznačte polohy planét do priloženého grafu. Taktiež načrtnite približnú trajektóriu sondy Voyager 2 medzi Zemou a Neptúnom. Budeme uvažovať kruhové orbity všetkých planét.

Tabuľka T5.1: Uhlové súradnice planét pri preletoch sondy Voyager 2.

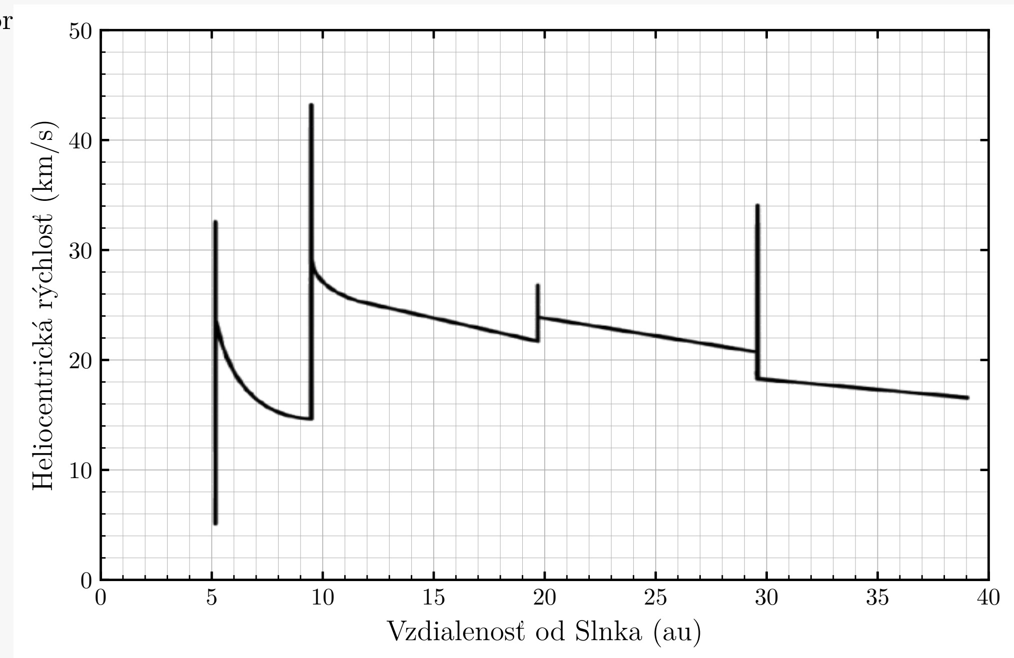
Planéta	dátum preletu	uhlová súradnica
Zem	20. 08. 1977	60°
Jupiter	09. 07. 1979	220°
Saturn	26. 08. 1981	290°
Urán	24. 01. 1986	330°
Neptún	25. 08. 1989	350°

(e) *[40 b]* Pomocou vami nakresleného obrázka vypočítajte priemernú rýchlosť sondy voči Slnku medzi Zemou a Neptúnom. Na zistenie a premenu vzdialeností medzi planétami využite mierku na obrázku.

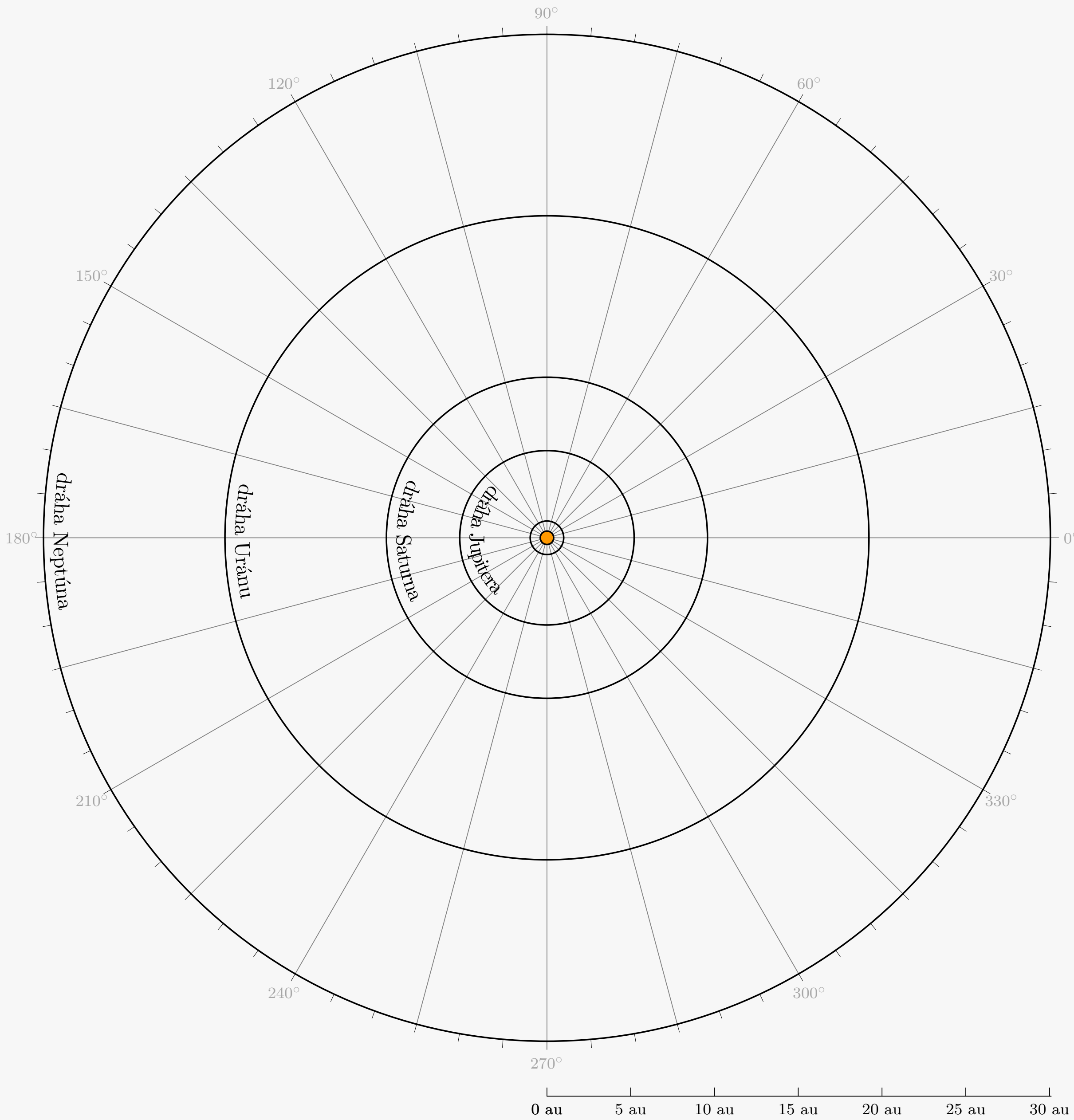
(f) *[20 b]* Určte, o aký uhol sa vychýli Voyager 2 počas preletu popri Saturne. Môžete použiť uhlomer.



Obr avy.



Obr. T5.3: Rýchlosť sondy Voyager 2 voči Slnku v období po prelete okolo Jupitera.



Obr. T5.4: Znázornenie slnečnej sústavy a dráh planét spoločne s mierkou v astronomických jednotkách (au). Vyznačené sú dráhy plynných planét a Zeme.

(a) $\boxed{\text{Zľava doprava: Neptún a Saturn v prvom riadku, Urán a Jupiter v druhom riadku}}$. 16 b

Najlepšie je na to ísť vylučovacou metódou: poznáme štyri veľké Galileove mesiace Io, Europa, Ganymede a Callisto, ktoré obiehajú okolo Jupitera. Ganymede je najväčším mesiacom v slnečnej sústave, zatiaľ čo Európa má obrovský podpovrchový oceán a smerujú k nemu sondy Europa Clipper (NASA) a JUICE (ESA). Io je z týchto štyroch mesiacov najbližšie k Jupiteru a je vulkanicky najaktívnejším telesom slnečnej sústavy vďaka extrémnemu slapovému pôsobeniu Jupitera.

Ďalej poznáme mesiace Titan a Enceladus pri Saturne. Titan je známy svojimi metánovými jazerami a veľmi hustou atmosférou, zatiaľ čo Enceladus je pokrytý čistým ľadom a podobne ako pri Europe sa odhaduje prítomnosť obrovského podpovrchového oceánu. K Titanu sa chystá lietajúca helikoptéra Dragonfly (NASA).

Keďže plynné planéty a veľké mesiace sú často pomenované podľa gréckej mytológie, môžno spojiť mesiac Triton s planétou Neptún. Triton je synom gréckeho boha mora Poseidona, teda Neptúna v rímskej kultúre.

Zostáva nám Urán, ktorý sa na svojej dráhe skoro „gúľa“. Jeho mesiace sú známe z hier od Williama Shakespeara, napríklad Titania je kráľovná víl z hry Sen noci svätojánskej.

(b) Ide o planétu $\boxed{\text{Urán}}$, ktorej os rotácie je sklonená o 97,8°. Môžeme ho takto identifikovať aj v predošlej úlohe (a). 4 b

(c) Najväčšiu rýchlosť dosiahol Voyager približne $\boxed{43{,}5\,\mathrm{km\,s^{-1}}}$, pri prelete okolo Saturna. 10 b

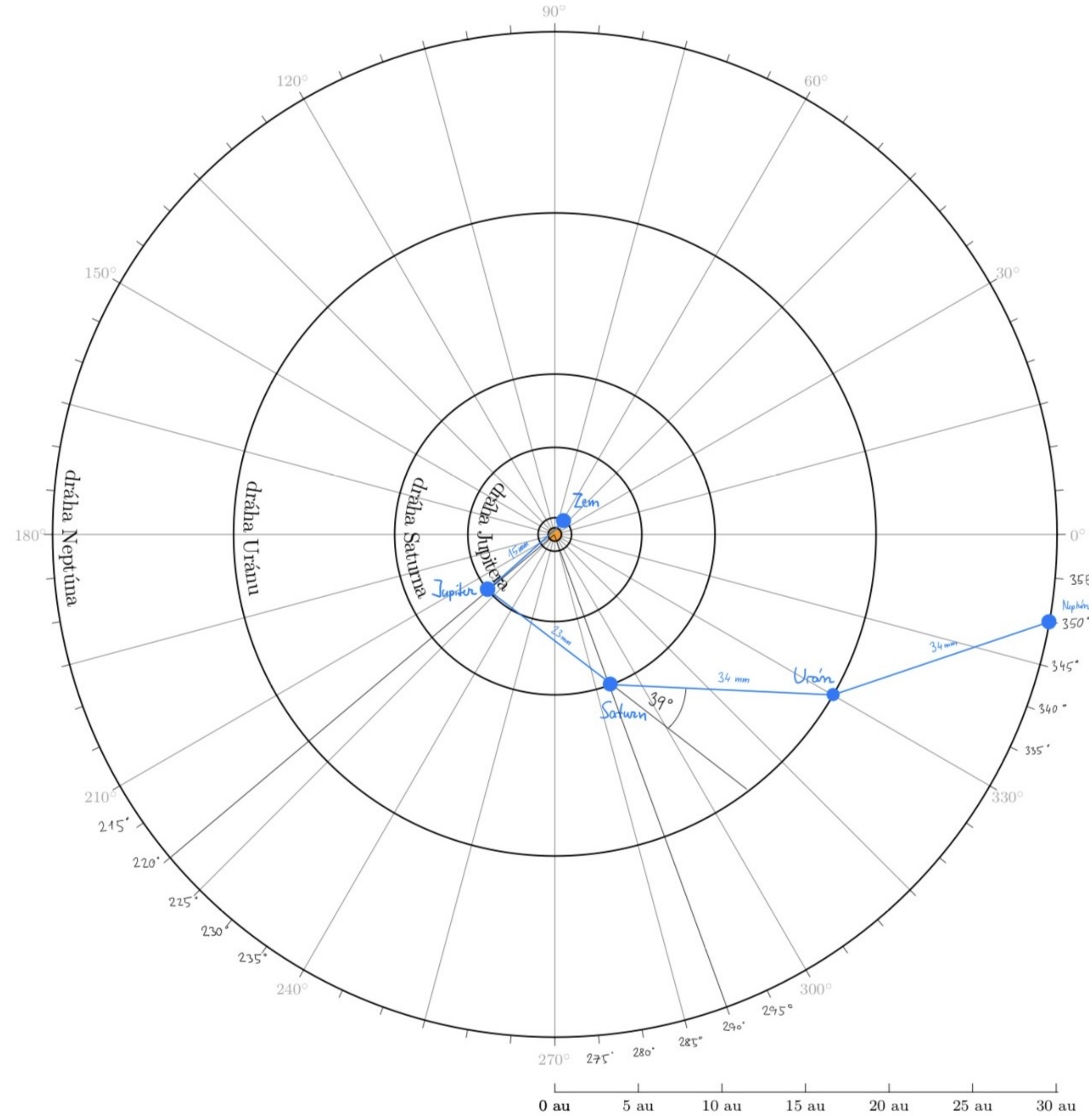
(d) Riešenie je znázornené na obrázku T5.5. Dané body môžeme pospájať čiarami a dostaneme približnú trajektóriu sondy Voyager 2. 30 b

(e) Priemernú rýchlosť vypočítame ako vzdialenosť Zeme a Neptúna pozdĺž trasy sondy predelenú celkovým časom letu. Trasa sa skladá z úsečiek medzi planétami, ktorých dĺžky nameriame pomocou pravítka a porovnáme ich s mierkou na obrázku. Konkrétne dĺžky závisia od formátu tlače, ale môžeme namerať napríklad nasledujúce hodnoty:

$$\text{Zem – Jupiter} \quad \dots \quad 15\,\mathrm{mm}\,, \tag{T5.1}$$
$$\text{Jupiter – Saturn} \quad \dots \quad 23\,\mathrm{mm}\,, \tag{T5.2}$$
$$\text{Saturn – Urán} \quad \dots \quad 34\,\mathrm{mm}\,, \tag{T5.3}$$
$$\text{Urán – Neptún} \quad \dots \quad 34\,\mathrm{mm}\,. \tag{T5.4}$$

Spolu je teda vzdialenosť približne 106 mm. Pomocou mierky zistíme, že 75 mm zodpovedá v skutočnosti 30 au, teda 106 mm bude

$$\frac{106\,\mathrm{mm}}{75\,\mathrm{mm}} \cdot 30\,\mathrm{au} = 42{,}4\,\mathrm{au}\,. \tag{T5.5}$$ 15 b



Obr. T5.5: Znázornenie dráhy sondy Voyager 2.

Celkový čas medzi 20. 08. 1977 (štart zo Zeme) a 25. 08. 1989 (prelet pri Neptúne) bude niečo vyše 12 rokov. Každý nepriestupný rok má 365 dní a každý priestupný rok zas 366 dní. Priestupné roky boli v tomto časovom intervale tri, konkrétne 1980, 1984 a 1988. Rozdiel medzi dátumami 20. 08. a 25. 08. je päť dní. Dokopy uplynie

$$9 \cdot 365\,\text{dní} + 3 \cdot 366\,\text{dní} + 5\,\text{dní} = 4388\,\text{dní}\,. \tag{T5.6}$$ 15 b

Priemerná rýchlosť je teda

$$v = \frac{42{,}4\,\text{au}}{4388\,\text{dní}} = \frac{42{,}4 \cdot 1{,}496 \cdot 10^{11}\,\text{m}}{4388 \cdot 24 \cdot 3600\,\text{s}} = 16\,731\,\text{m}\,\text{s}^{-1} \doteq \boxed{16{,}7\,\text{km}\,\text{s}^{-1}}\,, \tag{T5.7}$$ 10 b

kde sme premenili astronomické jednotky na metre pomocou konštantovníka a dni na sekundy pomocou znalosti, že jeden deň má 24 hodín a jedna hodina má 3600 sekúnd.

Na získanie plného počtu bodov nie je potrebné presne spočítať počet dní, keďže chyba vo vzdialenosti z merania pravítkom bude omnoho väčšia ako chyba v čase. Pre približný výpočet postačuje spriemerovať dĺžku roka na 365,25 dňa a zanedbať rozdiel v dátumoch. Potom dostávame počet dní ako $12 \cdot 365{,}25\,\text{dňa} = 4383\,\text{dní}$ a rýchlosť ako $v = 16\,750\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Výsledok sa líši iba o $0{,}019\,\mathrm{km\,s^{-1}}$, čo predstavuje zanedbateľných 0,1 % hodnoty rýchlosti.

Nami vypočítaná rýchlosť je vyššia ako reálna rýchlosť Voyageru 2 po prelete okolo Neptúna. Tá je v realite približne $19\,\mathrm{km\,s^{-1}}$, čo vieme vyčítať aj z grafu na obrázku T5.3. Dôležitý rozdiel spočíva v tom, že nami vypočítaná hodnota je priemerná rýchlosť za 12 rokov letu sondy. Skutočná rýchlosť bola niekedy vyššia a inokedy nižšia ako $16{,}7\,\mathrm{km\,s^{-1}}$. Po prelete okolo Neptúna sa rýchlosť Voyageru 2 už len postupne znižovala kvôli gravitácii Slnka až na hodnotu $15{,}4\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ dnes.[1]

(f) Pomocou uhlomera možno odmerať uhol medzi úsečkou Saturn-Urán a polpriamkou Jupiter-Saturn. Dostaneme uhol vychýlenia sondy približne $\boxed{39°}$. 20 b

Praktická časť

P1 Skutočne slepá mapa (**80 b**, autor: Mário Tlamka, Radovan Lascsák)

Priložená mapa zobrazuje pohľad na nočnú oblohu pre Liptovský Mikuláš z dnešného dňa o 19:00. Pozeráte sa smerom na juhozápad, čiže súhvezdia na mape budú čoskoro zapadať, pričom niektoré z nich sú zakryté. Zároveň sú na mape aktuálne viditeľné aj dve jasné planéty.

(a) *[36 b]* Pre čísla 1 až 6 napíšte názov hviezdy, slovenský názov súhvezdia, v ktorom sa nachádza, a latinskú skratku tohto súhvezdia.

(b) *[15 b]* Rímskymi číslami I, II, III sú označené zakryté súhvezdia. Pomocou okolitých súhvezdí určte, o ktoré súhvezdia ide. Napíšte ich slovenské názvy a latinské skratky.

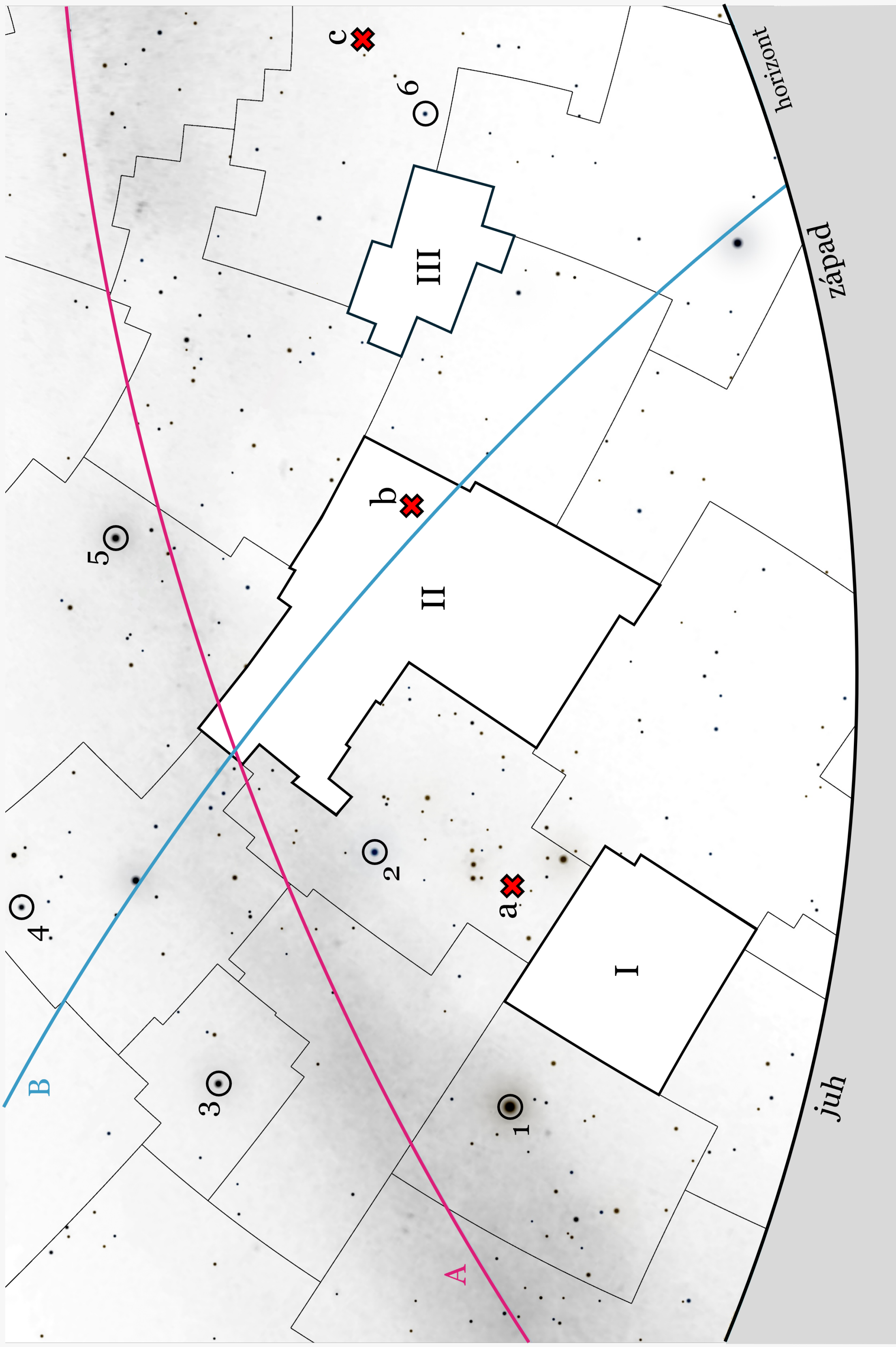
(c) *[15 b]* Malými písmenami „a“, „b“, „c“ sú označené tri objekty z Messierovho katalógu. Ku každému písmenu napíšte názov objektu a jeho číslo v Messierovom katalógu.

(d) *[4 b]* Na mape sú farebne vyznačené dve dôležité kružnice na nebeskej sfére, označené veľkými písmenami „A“, „B“. Určte, o aké kružnice ide.

(e) *[10 b]* Na zobrazenej časti oblohy sa okrem hviezd nachádzajú aj dve planéty slnečnej sústavy. Nájdite, zakrúžkujte a pomenujte ich na mape.

Poznámka: Ani jedna z planét sa nenachádza v žiadnom zo zakrytých súhvezdí.

[1] Rýchlosť a vzdialenosť Voyageru 1 a 2 viete sledovať napríklad na stránke `https://science.nasa.gov/mission/voyager/where-are-voyager-1-and-voyager-2-now/`.



Obr. P1.1: Slepá mapa. Rímske čísla označujú súhvezdia, arabské číslice označujú hviezdy, malé písmená označujú Messierove objekty a veľké písmená označujú významné kružnice na nebeskej sfére. Zdroj podkladovej mapy: Stellarium.

(a) Na mape oblohy sú zakrúžkované nasledujúce hviezdy (v zátvorke je uvedené súhvezdie, v ktorom sa nachádzajú, spolu so skratkou tohto súhvezdia):

1: Sírius (Veľký pes, CMa),	3×2 b
2: Betelgeuze (Orión, Ori),	3×2 b
3: Prokyón (Malý pes, CMi),	3×2 b
4: Pollux (Blíženci, Gem),	3×2 b
5: Capella (Povozník, Aur),	3×2 b
6: Mirach (Androméda, And).	3×2 b

(b) Aby sme identifikovali zakryté súhvezdia na mape, musíme sa spoľahnúť na znalosť okolitých súhvezdí. Z toho zistíme, že to sú: I: Zajac (Lep), II: Býk (Tau), III: Trojuholník (Tri). 3×5 b

(c) Objekty „a“ a „c“ určíme pomocou ich polohy v rámci viditeľných súhvezdí. Vidíme, že objekt „a“ je Veľká hmlovina v Orióne (M42) a objekt „c“ je Galaxia v Androméde (M31). 2×5 b
Zvyšný objekt s označením „b“ je mierne náročnejší, keďže sa nachádza v zakrytom súhvezdí Býka a na jeho určenie potrebujeme aj znalosť jeho polohy vzhľadom na hranice súhvezdia. Ide o známu hviezdokopu Plejády (M45). 5 b

(d) Kružnica „A“ je galaktický rovník, čiže myslená čiara, ktorá prechádza stredom disku našej galaxie Mliečnej dráhy na hviezdnej oblohe. 2 b Z mapy sme ju vedeli určiť buď vďaka znalostiam o súhvezdiach, ktorými prechádza, alebo sme si mohli všimnúť rameno Mliečnej dráhy, ktoré na mape vieme rozoznať ako tmavší pás na oblohe oproti jej zvyšku. Kružnica „B“ je ekliptika, čiže zdanlivá ročná dráha Slnka po hviezdnej oblohe. 2 b Určiť sme ju mohli napríklad pomocou znalosti zvieratníkových súhvezdí (súhvezdí, v ktorých sa určitú časť roka nachádza Slnko).

(e) Vieme, že planéty obiehajú okolo Slnka približne v rovnakej rovine ako Zem, čiže sa musia nachádzať v blízkosti ekliptiky. Na mape ich identifikujeme ako jasné objekty na miestach, kde sa žiadna jasná hviezda nenachádza. Takéto objekty sú na mape dva, jeden je planéta Jupiter v súhvezdí Blíženci, druhý je planéta Venuša v súhvezdí Ryby. 2×5 b Schopnosť určiť, o ktoré planéty ide, vychádza z praktickej znalosti aktuálnej oblohy v dobe konania súťaže.

Niektoré planéty išlo takisto okamžite vylúčiť na základe jasnosti alebo uhlovej vzdialenosti od Slnka. Napríklad planéta v Blížencoch určite nemôže byť Merkúr ani Venuša, pretože sa nachádza vysoko nad obzorom, zatiaľ čo Slnko už zapadlo. Takisto nemôže ísť o slabé planéty ako Urán a Neptún. Realistickými možnosťami zostávajú teda iba Mars, Jupiter a Saturn. Naopak, planéta v Rybách je blízko horizontu večer na západe, čo silne indikuje Merkúr alebo Venušu. Navyše jej vysoká jasnosť nás presvedčí o tom, aby sme z týchto dvoch možností zvolili tú druhú.

P2 Mesiac v Zaragoze

(**120 b**, autor: Radovan Lascsák)

Tento rok nás čaká úplné zatmenie Slnka pozorovateľné z Európy. Predpokladajme, že ste sa v auguste 2026 rozhodli vycestovať za týmto úchvatným nebeským úkazom. Konkrétne do mesta Zaragoza v Španielsku, kde budú dobré podmienky na pozorovanie – nízka pravdepodobnosť oblačnosti a skoro minútu a pol dlhá úplná fáza zatmenia, počas ktorej bude Mesiac plne zakrývať Slnko.

Pri príprave na pozorovanie zatmenia ste si zistili nasledujúce informácie:

- Stred úplnej fázy nastane 12. 8. 2026 o 20:29 letného stredoeurópskeho času (LSEČ).
- Zatmenie nastane tesne pred západom Slnka (približne pol hodinu).
- Slnko sa počas zatmenia nachádza na okraji súhvezdia Lev, blízko súhvezdia Rak.

Pri riešení úlohy predpokladajte, že dráhy Zeme a Mesiaca sú kružnice ležiace v spoločnej rovine. Inými slovami to znamená, že sa Slnko a Mesiac pohybujú po oblohe rovnomerne.

Úlohy

(a) *[5 b]* Aká bude fáza Mesiaca počas zatmenia?

i. nov   ii. prvá štvrť   iii. spln   iv. posledná štvrť

(b) *[5 b]* Ktorý významný meteorický roj bude mať maximum deň po zatmení?

(c) *[25 b]* V ktorý deň po zatmení budete môcť zo Zaragozy najbližšie pozorovať Mesiac vo fáze prvej štvrte?

(d) *[5 b]* Prepočítajte čas stredu úplnej fázy zatmenia do UTC (teda do času, ktorý sa riadi nultým poludníkom prechádzajúcim cez Londýn).

O pár mesiacov neskôr, 14. decembra 2026, nastane maximum ďalšieho významného meteorického roja – roja s názvom Geminidy. Ako správni astronómovia si nemôžete nechať ujsť ani túto nebeskú šou. Na pozorovanie ste si pripravili teplé oblečenie, karimatku aj spacák, ale obávate sa, či by pozorovanie nemohol pokaziť Mesiac.

(e) *[5 b]* V akom súhvezdí sa nachádza radiant roja Geminidy?

(f) *[10 b]* Koľko dní ubehne medzi zatmením a maximom roja Geminidy?

(g) *[25 b]* Načrtnite fázu Mesiaca počas maxima roja Geminidy pri pozorovaní zo Zaragozy.

(h) *[30 b]* Odhadnite, v akom súhvezdí sa bude Mesiac nachádzať počas tohto maxima.

(i) *[10 b]* Bude Mesiac znepríjemňovať pozorovanie maxima roja Geminidy alebo nie? Svoju odpoveď riadne odôvodnite.

(a) Počas zatmenia sa Mesiac nachádza medzi Zemou a Slnkom, čo znamená, že osvietená pologuľa Mesiaca je od Zeme odvrátená. Tým pádom je Mesiac vo fáze $\boxed{\text{nov}}$. 5 b

(b) Okolo 12. augusta je každoročne maximum asi najznámejšieho meteorického roja, a to roja $\boxed{\text{Perzeidy}}$. V roku 2026 maximum vychádza na 16:53 LSEČ. 5 b

(c) Synodická obežná perióda Mesiaca je podľa konštantovníka $S_☾ = 29{,}53\,\text{dňa}$. Ide o dobu od splnu po nasledujúci spln, respektíve od novu po nasledujúci nov. Od novu po prvú štvrť ubehne štvrtina synodickej doby, konkrétne 5 b

$$\frac{S_☾}{4} = \frac{29{,}53\,\text{dňa}}{4} \doteq 7{,}5\,\text{dňa}\,. \tag{P2.1}$$ 10 b

Zatmenie nastalo 12. 8. večer. O 7 dní neskôr bude 19. 8. večer a pridanie posledného poldňa nám dá ráno nasledujúceho dňa. Prvú štvrť budeme teda pozorovať $\boxed{\text{20. 8. ráno}}$, presnejšie okolo 5:40. 5 b 5 b

(d) Keďže sme voči nultému poludníku pásmovo posunutí o jednu hodinu a letný čas spôsobuje posun o jednu ďalšiu hodinu, tak platí

$$\text{LSEČ} = \text{UTC} + 2\,\text{h}\,, \tag{P2.2}$$

čiže UTC = LSEČ − 2 h, takže stačí od 20:29 odčítať 2 hodiny. Dostávame čas $\boxed{\text{18:29 UTC}}$. 5 b

(e) Názov meteorického roja je odvodený od súhvezdia, v ktorom sa nachádza jeho radiant (miesto na oblohe, z ktorého zdanlivo vylietavajú meteory daného roja). Pre Perzeidy je radiant v súhvezdí Perzeus. Pre Geminidy je radiant v súhvezdí, ktoré má latinský názov Gemini, teda v súhvezdí $\boxed{\text{Blíženci}}$. 5 b

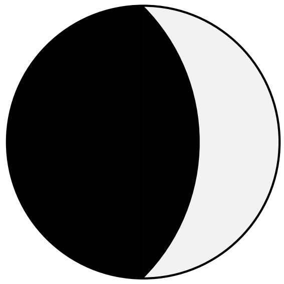
(f) Máme spočítať počet dní medzi 12. 8. a 14. 12. Vidíme, že to sú 4 mesiace a 2 dni. Ak by každý mesiac mal 30 dní, dostaneme $4 \cdot 30\,\text{dní} + 2\,\text{dní} = 122\,\text{dní}$. Avšak august a október majú 31 dní, čím získame 2 dni navyše. Dokopy máme $\boxed{124\,\text{dní}}$. 5 b 5 b

(g) Počas zatmenia 12. augusta bol Mesiac v nove. Do novu sa následne opakovane dostal vždy o 29,53 dňa neskôr, čo si vieme rozpísať do prehľadovej tabuľky P2.1. Na základe nej vidíme, že požadovaných 124 dní do 14. 12. ubehlo niekde medzi štvrtým a piatym novom, konkrétne asi 6 dní po tom štvrtom (keďže $124\,\text{dní} - 118{,}12\,\text{dňa} = 5{,}88\,\text{dňa} \doteq 6\,\text{dní}$). 10 b 5 b

V podzadaní (a) sme zistili, že Mesiac sa v prvej štvrti nachádza približne 7,5 dní od novu. V deň maxima Geminíd bude 6 dní po nove, čiže vo fáze $\boxed{\text{dorastajúceho kosáčika}}$, ktorý je načrtnutý na obrázku P2.1. 10 b

Tabuľka P2.1: Prehľadová tabuľka Mesiaca vo fáze novu.

Poradové číslo novu	Počet dní od zatmenia
0	$0 \cdot 29{,}53\,\text{dňa} = 0\,\text{dní}$
1	$1 \cdot 29{,}53\,\text{dňa} = 29{,}53\,\text{dňa}$
2	$2 \cdot 29{,}53\,\text{dňa} = 59{,}06\,\text{dňa}$
3	$3 \cdot 29{,}53\,\text{dňa} = 88{,}59\,\text{dňa}$
4	$4 \cdot 29{,}53\,\text{dňa} = 118{,}12\,\text{dňa}$
5	$5 \cdot 29{,}53\,\text{dňa} = 147{,}65\,\text{dňa}$



Obr. P2.1: Náčrt fázy Mesiaca.

(h) Počas zatmenia vieme, že bol Mesiac v súhvezdí Lev, blízko súhvezdia Rak. Na toto miesto medzi hviezdami sa opakovane dostal vždy o 27,32 dňa neskôr, čo je siderická obežná doba Mesiaca, ktorú vieme nájsť v konštantovníku. 10 b
Opäť si vieme spraviť prehľadovú tabuľku, viď. tabuľka P2.2. Vidíme, že 124 dní ubehne medzi štvrtým a piatym obehom, konkrétne asi 15 dní po tom štvrtom (keďže $124\,\text{dní} - 109{,}28\,\text{dňa} = 14{,}72\,\text{dňa} \doteq 15\,\text{dní}$). 5 b

Tabuľka P2.2: Prehľadová tabuľka siderických obehov Mesiaca.

Poradové číslo obehu	Počet dní od zatmenia
0	$0 \cdot 27{,}32\,\text{dňa} = 0\,\text{dní}$
1	$1 \cdot 27{,}32\,\text{dňa} = 27{,}32\,\text{dňa}$
2	$2 \cdot 27{,}32\,\text{dňa} = 54{,}64\,\text{dňa}$
3	$3 \cdot 27{,}32\,\text{dňa} = 81{,}96\,\text{dňa}$
4	$4 \cdot 27{,}32\,\text{dňa} = 109{,}28\,\text{dňa}$
5	$5 \cdot 27{,}32\,\text{dňa} = 136{,}60\,\text{dňa}$

Mesiac sa pri svojom pohybe po oblohe pohybuje v blízkosti ekliptiky, teda prechádza cez rovnaké súhvezdia ako Slnko. Konkrétne: Rak, Lev, Panna, Váhy, Škorpión, Hadonos, Strelec, Kozorožec, Vodnár, Ryby, Baran, Býk a Blíženci, pričom sme týchto 13 súhvezdí zoradili podľa ich výskytu na oblohe. Mesiac prejde všetky za 27,32 dňa, čiže za 15 dní prejde niečo vyše polovicu z nich. Dostane sa teda do polovice zoznamu, čo je $\boxed{\text{Kozorožec alebo Vodnár}}$. Obe tieto možnosti boli považované za správne. (V skutočnosti bude v súhvezdí Kozorožec.) 15 b

(i) Keďže sa Mesiac nachádza 4 až 5 súhvezdí od radiantu a je pomerne ďaleko od splnu, tak pozorovanie meteorického roja $\boxed{\text{nebude výrazne ovplyvňovať}}$. Vo večerných hodinách sa bude nachádzať nad obzorom, ale pomerne skoro zapadne. 10 b

Zoznam konštánt (ZŠ)

Základné konštanty

rýchlosť svetla vo vákuu	c	$= 2{,}998 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
gravitačná konštanta	G	$= 6{,}674 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
elementárny elektrický náboj	e	$= 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Stefanova-Boltzmannova konštanta	σ	$= 5{,}670 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
Wienova posunovacia konštanta	b	$= 2{,}898 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m\,K}$
Hubblova konštanta	H_0	$= 70\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$

Astronomické jednotky

stredný slnečný deň	deň	$= 24\,\mathrm{h}$
siderický (hviezdny) deň	$t_{\oplus}$	$= 23\,\mathrm{h}\ 56\,\mathrm{min}\ 4{,}1\,\mathrm{s}$
rok (juliánsky)	rok	$= 365{,}25$ dňa
astronomická jednotka	au	$= 1{,}496 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$
svetelný rok	ly	$= 63\,241\,\mathrm{au}$
parsek	pc	$= 3{,}262\,\mathrm{ly}$

Slnečná sústava

polomer Slnka	$R_{\odot}$	$= 6{,}957 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$
hmotnosť Slnka	$\mathcal{M}_{\odot}$	$= 1{,}989 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$
svietivosť (žiarivý výkon) Slnka	$L_{\odot}$	$= 3{,}828 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$
povrchová (efektívna) teplota Slnka	$T_{\odot}$	$= 5772\,\mathrm{K}$
zdanlivá magnitúda Slnka	$m_{\odot}$	$= -26{,}74\,\mathrm{mag}$
absolútna magnitúda Slnka	$M_{\odot}$	$= 4{,}83\,\mathrm{mag}$
excentricita dráhy Zeme	$e_{\oplus}$	$= 0{,}0167$
polomer Mesiaca	$R_{☾}$	$= 1737\,\mathrm{km}$
hmotnosť Mesiaca	$\mathcal{M}_{☾}$	$= 7{,}346 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$
veľká poloos dráhy Mesiaca	$a_{☾}$	$= 3{,}844 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$
siderická obežná doba Mesiaca	$P_{☾}$	$= 27{,}32$ dňa
synodická obežná doba Mesiaca	$S_{☾}$	$= 29{,}53$ dňa

planéta	polomer	hmotnosť	veľká polos dráhy
Merkúr ☿	$R_{☿} = 2440\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_{☿} = 3{,}302 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$	$a_{☿} = 0{,}387\,\mathrm{au}$
Venuša ♀	$R_{♀} = 6052\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_{♀} = 4{,}867 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$	$a_{♀} = 0{,}723\,\mathrm{au}$
Zem $\oplus$	$R_{\oplus} = 6378\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_{\oplus} = 5{,}972 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$	$a_{\oplus} = 1\,\mathrm{au}$
Mars ♂	$R_{♂} = 3393\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_{♂} = 6{,}417 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$	$a_{♂} = 1{,}524\,\mathrm{au}$
Jupiter ♃	$R_{♃} = 69\,911\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_{♃} = 1{,}898 \cdot 10^{27}\,\mathrm{kg}$	$a_{♃} = 5{,}204\,\mathrm{au}$
Saturn ♄	$R_{♄} = 58\,232\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_{♄} = 5{,}683 \cdot 10^{26}\,\mathrm{kg}$	$a_{♄} = 9{,}583\,\mathrm{au}$
Urán ⛢	$R_{⛢} = 25\,362\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_{⛢} = 8{,}681 \cdot 10^{25}\,\mathrm{kg}$	$a_{⛢} = 19{,}191\,\mathrm{au}$
Neptún Ψ	$R_{\Psi} = 24\,764\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_{\Psi} = 1{,}024 \cdot 10^{26}\,\mathrm{kg}$	$a_{\Psi} = 30{,}069\,\mathrm{au}$

Vzťahy pre pravouhlý trojuholník

Pytagorova veta: $a^2 + b^2 = c^2$

$(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$

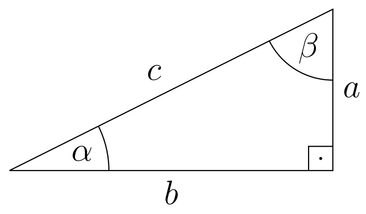
Trigonometria:

$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \cos\beta$

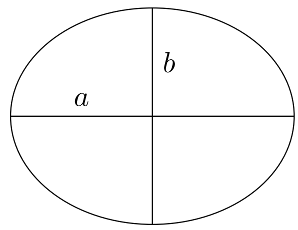
$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \sin\beta$

$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \cot\beta$

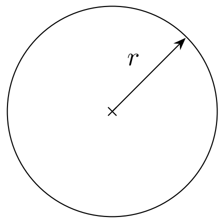
$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \tan\beta$

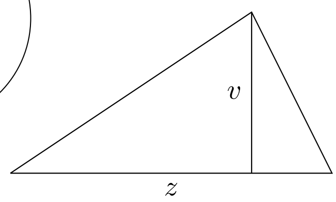


Obvod, obsah, objem, povrch



Obvod kruhu:	$o = 2\pi r$
Obsah kruhu:	$S = \pi r^2$
Obsah elipsy:	$S = \pi ab$
Obsah trojuholníka:	$S = \frac{1}{2} zv$
Objem gule:	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Povrch gule:	$S = 4\pi r^2$





Úpravy rovníc

Pričítanie:	$x = y$	$\Rightarrow$	$x + a = y + a$	
Odčítanie:	$x = y$	$\Rightarrow$	$x - a = y - a$	
Násobenie:	$x = y$	$\Rightarrow$	$ax = ay$	
Delenie:	$x = y$	$\Rightarrow$	$\frac{x}{a} = \frac{y}{a}$	(pre $a \neq 0$)
Odmocnenie:	$x^a = y$	$\Rightarrow$	$x = \sqrt[a]{y}$	
Odlogaritmovanie:	$\log x = y$	$\Rightarrow$	$x = 10^y$	

Ďalšie matematické vzťahy

Binomické vzťahy: $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$

$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

Vedecký zápis čísla: $1{,}23 \cdot 10^4 = 12\,300$

$1{,}23 \cdot 10^{-4} = 0{,}000\,123$

Práca s mocninami: $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$

$x^a x^b = x^{a+b}$

$(x^a)^b = x^{ab}$

$x^{1/a} = \sqrt[a]{x}$ (pre $a \neq 0$)