VZOROVÉ RIEŠENIA
Astronomickej olympiády 2026

Kolo: **domáce kolo** Kategória: **základná škola**

Dokopy bolo možné získať **300b**

Zverejnené 18. 02. 2026

Tento dokument je možné voľne distribuovať
nekomerčným spôsobom pre vzdelávacie účely s uvedením zdroja.

Astronomická olympiáda je vedomostná súťaž pre študentov základných a stredných škôl organizovaná na Slovensku už 20-ty rok. Jej cieľom je vzdelávanie astronómie a astrofyziky, ako aj výber reprezentantov na Medzinárodnú olympiádu z astronómie a astrofyziky.

Všetky dôležité informácie o Astronomickej olympiáde nájdete na stránke `www.aosk.sk`.
V prípade ľubovoľných otázok nás kontaktujte prostredníctvom emailu `ao@aosk.sk`.

Súťaž vyhlasuje Slovenská ústredná hvezdáreň Hurbanovo v spolupráci so SAS pri SAV, s hvezdárňami a planetáriami, astronomickými kabinetmi, osvetovými strediskami, centrami voľného času a regionálnymi kultúrnymi centrami.

1 Asteroid Corgi

(**50 b**, autor: Samuel Buranský)

Organizátori Astronomickej olympiády objavili asteroid a pomenovali ho Corgi. Zistili, že asteroid sa najďalej od stredu Slnka nachádza vo vzdialenosti $2{,}222 \cdot 10^8$ km. Nevedeli sa však zhodnúť na tom, akú má tento asteroid obežnú periódu. Nájdite všetky možnosti obežnej periódy, akú by asteroid Corgi mohol mať a vysvetlite, prečo nejde iba jednu hodnotu.

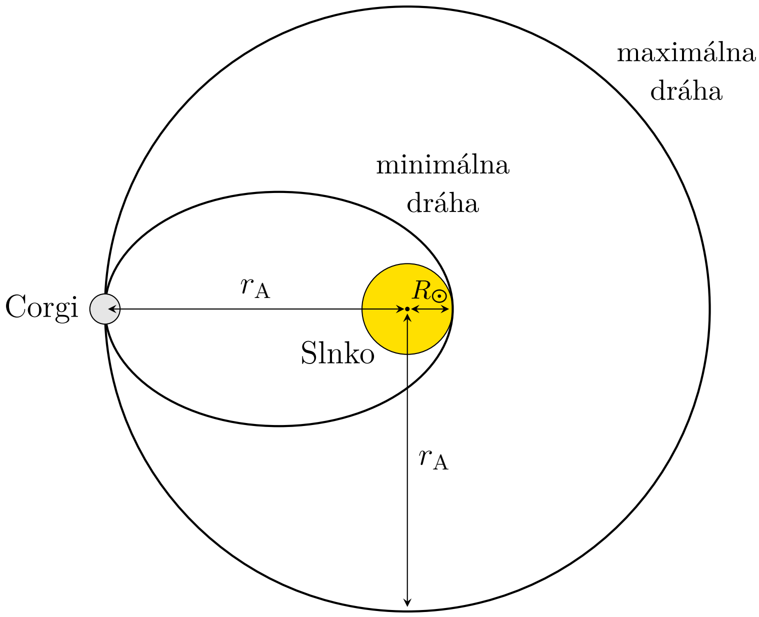
Nápoveda: Dajte pozor na to, aby sa asteroid nedostal do vnútra Slnka.

Na výpočet obežnej periódy využijeme 3. Keplerov zákon, pričom potrebujeme nájsť veľkú polos asteroidu. Veľkú polos dráhy (a) vypočítame ako priemer perihéliovej (r_p) a aféliovej vzdialenosti (r_a) od Slnka.

$$a = \frac{r_\mathrm{p} + r_\mathrm{a}}{2}\,. \tag{1.1}$$

Aféliovú vzdialenosť vieme zo zadania: $r_\mathrm{a} = 2{,}222 \cdot 10^8$ km. Perihéliová vzdialenosť však nie je určená a práve v tom spočíva nejednoznačnosť pri hľadaní periódy. 5 b

Najväčšia možná perihéliová vzdialenosť je rovná aféliovej, teda dráha je kružnica (zobrazená ako kružnica na obr. 1.1). Ak by bola perihéliová vzdialenosť väčšia, už by z nej bola aféliová. Najmenšia možná perihéliová vzdialenosť je hranične rovná polomeru Slnka (zobrazená ako elipsa na obr. 1.1). 10 b



Obr. 1.1: Schéma dráhy asteroidu Corgi s najmenšou a najväčšou možnou veľkou polosou.

Nastať môžu všetky hodnoty perihéliovej vzdialenosti ohraničené medzi týmito hranicami:

$$\text{najmenšia možná perihéliová vzdialenosť:} \quad r_\mathrm{p,min} = 6{,}957 \cdot 10^5\,\mathrm{km}\,, \tag{1.2}$$

$$\text{najväčšia možná perihéliová vzdialenosť:} \quad r_\mathrm{p,max} = 2{,}222 \cdot 10^8\,\mathrm{km}\,. \tag{1.3}$$

10 b

Dosadením aféliovej vzdialenosti a najmenšej resp. najväčšej perihéliovej do vzťahu (1.1) dostaneme najmenšiu resp. najväčšiu možnú veľkú polos:

$$\text{najmenšia možná veľká polos:} \quad a_{\text{min}} = 1{,}114 \cdot 10^8\,\text{km} = 0{,}745\,\text{au}\,, \tag{1.4}$$

$$\text{najväčšia možná veľká polos:} \quad a_{\text{max}} = 2{,}222 \cdot 10^8\,\text{km} = 1{,}485\,\text{au}\,. \tag{1.5}$$

10 b

Na záver vypočítame periódu z 3. Keplerovho zákona v tvare

$$a^3 = P^2\,, \tag{1.6}$$

kde veľká polos a je v astronomických jednotkách a perióda P je v rokoch, pričom vzťah platí len pre slnečnú sústavu. Periódu vyjadríme ako

$$P = \sqrt{a^3}\,. \tag{1.7}$$

5 b

Dosadením najmenšej a najväčšej možnej veľkej polosi v astronomických jednotkách dostaneme výsledok:

$$\text{najmenšia možná perióda:} \quad P_{\text{min}} = \sqrt{a_{\text{min}}^3} = \sqrt{0{,}745^3}\ \text{roka} = \boxed{0{,}643\,\text{roka}}\,, \tag{1.8}$$

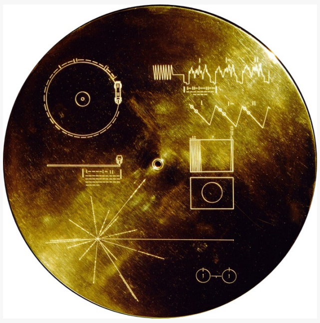
$$\text{najväčšia možná perióda:} \quad P_{\text{max}} = \sqrt{a_{\text{max}}^3} = \sqrt{1{,}485^3}\ \text{roka} = \boxed{1{,}810\,\text{roka}}\,, \tag{1.9}$$

pričom možné periódy sú všetky hodnoty medzi týmito hranicami. 10 b

2 Voyager 1

(**50 b**, autor: Terézia Hanáková)

Zo Zeme bola dňa 5. 9. 1977 vypustená sonda Voyager 1, ktorá sa v súčasnosti považuje za najvzdialenejší objekt vo vesmíre vytvorený človekom. Ku dňu 5. 11. 2026 dosiahne míľnik, nakoľko sa bude nachádzať vo vzdialenosti jedného svetelného dňa od Zeme, čiže vo vzdialenosti, ktorú svetlo prejde vo vákuu za jeden deň.



Zdroj: NASA/JPL

(a) *[30 b]* Vypočítajte priemernú rýchlosť sondy Voyager 1.

(b) *[20 b]* Odhadnite, kedy sonda Voyager 1 docestuje k najbližším hviezdam. Vzdialenosť najbližších hviezd sa pokúste určiť úvahou. Nechceme presný výpočet, len približnú hodnotu času, ako dlho by to sonde Voyager 1 trvalo. Predpokladajte, že sa sonda pohybuje konštantnou rýchlosťou.

(a) Ako prvé je nutné si vypočítať hodnotu jedného slnečného dňa, teda vzdialenosti, ktorú prejde svetlo za jeden deň. Najjednoduchšie je použiť konštatovník, v ktorom je uvedená hodnota jedného svetelného roka (angl. *light year*) $1\,\mathrm{ly} = 63\,241\,\mathrm{au}$ a jednej astronomickej jednotky (angl. *astronomical unit*) $1\,\mathrm{au} = 149\,597\,870\,700\,\mathrm{m}$, teda

$$1\,\mathrm{ly} = 63\,241 \cdot 149\,597\,870\,700\,\mathrm{m} \doteq 9{,}4607 \cdot 10^{15}\,\mathrm{m}\,. \tag{2.1}$$

Keď túto hodnotu predelíme číslom 365,25 (teda počtom dní v roku), dostaneme, že jeden svetelný deň má dĺžku $s = 2{,}5902 \cdot 10^{13}\,\mathrm{m}$. Ďalej poznáme vzorec pre rovnomerný pohyb 5 b

$$s = v \cdot t\,, \tag{2.2}$$ 10 b

v ktorom v je rýchlosť pohybujúceho sa objektu a t je čas, za ktorý túto vzdialenosť s prejde sonda. Ale musíme uvažovať, že rýchlosť v sa nemení, teda je konštantná. Rýchlosť v z rovnice (2.2) vyjadríme tak, že ju predelíme časom t na obidvoch stranách, z čoho dostávame

$$v = \frac{s}{t}\,. \tag{2.3}$$ 2 b

A práve konštantnú rýchlosť v máme v tomto zadaní vypočítať. Vidíme, že jediná veličina, ktorú z tohto vzťahu ešte nepoznáme, je čas t. Ak sa však pozrieme do zadania, vidíme, že jediné časové údaje, ktoré poznáme, sú štart 5. 9. 1977 a čas dosiahnutia jedného svetelného dňa 5. 11. 2026. To znamená, že teraz musíme vypočítať čas, ktorý ubehol medzi týmito dvoma udalosťami. Predpokladáme, že tieto udalosti nastali v rovnakú hodinu daných dní.

Najjednoduchší spôsob bude rozdeliť si tento časový rozdiel na úseky. Medzi 5. 9. 1977 a 5. 9. 2026 je $2026 - 1977 = 49$ rokov. Ale pozor, netreba zabudnúť, že každý rok deliteľný štyrmi, okrem rokov deliteľných 100, ale nedeliteľných 400, je priestupný. Teda oproti zvyčajným 365 dňom je dlhý 366 dní, ktoré nemôžeme zabudnúť zarátať. Najbližší rok po štarte, ktorý nie je deliteľný štyrmi, je rok 1980. Každý ďalší štvrtý rok je potom taktiež priestupný. Čiže priestupné roky sú 1980, 1984, 1988, 1992, 1996, 2000, 2004, 2008, 2012, 2016, 2020 a 2024 (rok 2000 síce je deliteľný číslom 100, no zároveň je deliteľný číslom 400, čo z neho robí priestupný rok), teda 12 rokov má 366 dní namiesto 365 dní. Počet zvyšných nepriestupných rokov vypočítame ako počet celkových mínus počet priestupných, čiže $49 - 12 = 37$. Keď to celé sčítame dokopy, dostaneme, že medzi 5. 9. 1977 a 5. 9. 2026 ubehne

$$12 \cdot 366 + 37 \cdot 365 = 17\,897\,\text{dní}\,. \tag{2.4}$$

Ďalej potrebujeme nájsť, koľko dní ubehne medzi 5. 9. 2026 a 5. 11. 2026. Vieme, že september je dlhý 30 dní a október 31 dní. Čiže od 5. 9. 2026 musíme pridať ešte 26 dní, aby sme dostali 1. 10. 2026 a o ďalších 31 dní sa dostaneme k 1. 11. 2026. Odtiaľ nám chýbajú už len 4 dni do 5. 11. 2026 a sme tam, kde sme chceli byť. Dokopy nám to k 17 897 dňom pridá ešte ďalších $25 + 31 + 5 = 61$ dní. Dostávame tak, že čas

$$t = 17897 + 61 = 17\,958\,\text{dní}\,. \tag{2.5}$$ 8 b

Keďže rýchlosť v sa najčastejšie vyjadruje v jej základnej jednotke meter za sekundu, je rozumné si tento počet dní vyjadriť ešte v sekundách ako $17958 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\,\mathrm{s} = 1{,}5516 \cdot 10^9\,\mathrm{s}$.

Keď už máme vypočítaný čas, nič nám nebráni dosadiť túto hodnotu t a vyššie vypočítanú vzdialenosť s do vzorca (2.3). Dostávame tak

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2{,}5902 \cdot 10^{13}\,\mathrm{m}}{1{,}5516 \cdot 10^9\,\mathrm{s}} = \boxed{16\,694\,\mathrm{m\,s^{-1}}}. \tag{2.6}$$ 5 b

Poznámka: Môžeme si všimnúť, že táto hodnota je pomerne blízka k hodnote tretej kozmickej rýchlosti, teda rýchlosti potrebnej na prekonanie gravitačných síl Slnka a únik zo slnečnej sústavy. Ak by sa sonda Voyager 1 pohybovala menšou rýchlosťou, nebola by schopná opustiť slnečnú sústavu.

(b) Základnou znalosťou je, že najbližšia hviezda od Zeme (ak nepočítame Slnko), resp. od slnečnej sústavy je Proxima Centauri, ktorej vzdialenosť je niečo vyše 4 svetelné roky. Čas t si vieme vyjadriť z pôvodnej rovnice (2.2) ako

$$t = \frac{s}{v}\,, \tag{2.7}$$ 5 b

kde za s dosadíme vzdialenosť hviezdy Proxima Centauri a za v rýchlosť sondy. Počítame s tým, že jej veľkosť sa nemení, čiže použijeme náš výsledok $v = 16\,694\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Ako príklad uvedieme výsledok s dosadenou hodnotou vzdialenosti $s = 5\,\mathrm{ly}$, teda pod premene jednotiek: $s = 5 \cdot 63241 \cdot 149\,597\,870\,700\,\mathrm{m} \doteq 4{,}7304 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}$. Keďže rýchlosť v je v metroch za sekundu, výsledný čas t dostaneme v sekundách: 5 b

$$t = \frac{s}{t} = \frac{4{,}7304 \cdot 10^{16}\,\mathrm{m}}{16\,694\,\mathrm{m\,s^{-1}}} = 2{,}8336 \cdot 10^{12}\,\mathrm{s}\,. \tag{2.8}$$

Po prepočte na roky dostávame, že

$$t = \frac{2{,}8336 \cdot 10^{12}}{60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365{,}25}\,\mathrm{rokov} = 89\,791\,\mathrm{rokov} \doteq 90\,000\,\mathrm{rokov}\,. \tag{2.9}$$ 10 b

Je nutné podotknúť, že konečný výsledok sa môže líšiť od zvolenej vzdialenosti s, no rozumným uvážením by sme sa mali dostať k hodnotám $\boxed{80\,000 \text{ až } 120\,000\,\mathrm{rokov}}$.

V realite sa Voyager 1 priblíži k hviezde Gliese 445 v súhvezdí Žirafa už o 40 000 rokov. Výsledok sa líši preto, lebo my sme počítali so zjednodušením (konštantnou rýchlosťou) a zanedbali vzájomný pohyb hviezdy a sondy, ako aj gravitačné interakcie, ktoré menia ich trajektóriu a relatívnu rýchlosť v čase. Cieľom misie Voyager 1 však nie je cesta k žiadnej konkrétnej hviezde, a preto bude väčšinu svojho života iba letieť medzihviezdnym priestorom.

3 Metón z Atén

(**50 b**, autor: Radovan Lascsák)

Metón z Atén bol grécky astronóm a matematik, ktorý žil v piatom storočí pred naším letopočtom. V roku 432 p. n. l. bol prijatý jeho kalendárny systém, ktorý bol založený na takzvanom Metónovom cykle. Dĺžka Metónovho cyklu je 6940 dní, čo je približne 19 rokov. Metón pozoroval, že toto časové obdobie je možné takmer presne rozdeliť na istý počet po sebe idúcich synodických mesiacov, teda časových úsekov od splnu po spln.

(a) *[20 b]* Koľko synodických mesiacov napočítal Metón počas jedného Metónovho cyklu? Využite hodnotu synodickej obežnej doby Mesiaca v konštantovníku. Váš výsledok zaokrúhlite na celé číslo.

Na základe dĺžky synodického mesiaca odvodil Metón dĺžky kalendárnych mesiacov. Na to, aby počet dní v každom kalendárnom mesiaci bol celé číslo (nie desatinné), Metón volil pre niektoré mesiace dĺžku 29 dní a pre iné 30 dní. Zároveň Metón chcel, aby bol počet kalendárnych mesiacov rovnaký ako počet synodických mesiacov, teda, aby 29-dňových mesiacov spolu s tými 30-dňovými bolo dokopy toľko, koľko ste zistili v úlohe (a).

(b) *[30 b]* Koľko 29-dňových a koľko 30-dňových kalendárnych mesiacov je potrebných na to, aby presne vyplnili jeden Metónov cyklus?

(a) Z konštantovníka zistíme, že dĺžka synodického mesiaca je $S_☾ = 29{,}53\,\text{dňa}$. Toľko dní ubehne medzi dvoma po sebe idúcimi splnmi, alebo inými rovnakými fázami Mesiaca. Na zistenie, koľko synodických mesiacov ubehne počas Metónovho cyklu (6940 dní), nám stačí jednoduché vydelenie. Rozdeľujeme 6940 dní medzi úseky o dĺžke 29,53 dňa, čiže vydelíme nasledovne 5 b

$$6940\,\text{dní} : 29{,}53\,\text{dňa} = 235{,}015 \doteq 235\,. \tag{3.1}$$ 15 b

Počas jedného Metónovho cyklu Metón napočítal 235 synodických mesiacov. Ako skúšku správnosti vypočítame koľko dní napočítame počas 235 synodických mesiacov

$$\underbrace{29{,}53\,\text{dňa} + 29{,}53\,\text{dňa} + \cdots + 29{,}53\,\text{dňa}}_{235\text{-krát}} = 235 \cdot 29{,}53\,\text{dňa} = 6939{,}55\,\text{dňa} \doteq 6940\,\text{dní}\,. \tag{3.2}$$

Po zaokrúhlení dostávame 6940 dní, čo je práve jeden Metónov cyklus.

(b) Ak by všetkých 235 kalendárnych mesiacov malo 29 dní, potom by sa dokopy poskladali na $235 \cdot 29\,\text{dní} = 6815\,\text{dní}$, čo je menej ako Metónov cyklus. Do požadovanej dĺžky 6940 dní chýba

$$6940\,\text{dní} - 6815\,\text{dní} = 125\,\text{dní}\,, \tag{3.3}$$

čiže potrebujeme predĺžiť súčet dní o 125. To spravíme nahradením 125 kratších (29-dňových) kalendárnych mesiacov za dlhšie (30-dňové). Takto dostaneme $235 - 125 = 110$ kratších a 125 dlhších mesiacov. Celkový súčet dní bude

$$\underbrace{110 \cdot 29\,\text{dní}}_{\text{kratšie mesiace}} + \underbrace{125 \cdot 30\,\text{dní}}_{\text{dlhšie mesiace}} = 6940\,\text{dní}\,, \tag{3.4}$$ 30 b

čo odpovedá požadovanej dĺžke Metónovho cyklu.

K výsledku sa vieme dopracovať aj riešením rovnice. Označme x ako počet kratších mesiacov. alt.:
Počet dlhších mesiacov potom bude $235 - x$. Podmienku dĺžky Metónovho cyklu zapíšeme rovnicou ako

$$x \cdot 29\,\text{dní} + (235 - x) \cdot 30\,\text{dní} = 6940\,\text{dní}\,. \tag{3.5}$$ 15 b

Z tejto rovnice potrebujeme vyjadriť a vypočítať x. Začneme roznásobením zátvorky:

$$x \cdot 29\,\text{dní} + 235 \cdot 30\,\text{dní} - x \cdot 30\,\text{dní} = 6940\,\text{dní}\,. \tag{3.6}$$

Ďalej preusporiadame rovnicu:

$$x \cdot 29\,\text{dní} - x \cdot 30\,\text{dní} = 6940\,\text{dní} - 235 \cdot 30\,\text{dní}\,. \tag{3.7}$$

Vyberieme x pred zátvorku a na pravej strane vypočítame násobenie:

$$x \cdot (29\,\text{dní} - 30\,\text{dní}) = 6940\,\text{dní} - 7050\,\text{dní}\,. \tag{3.8}$$

Na oboch stranách vypočítame odčítanie:

$$-x \cdot 1\,\text{deň} = -110\,\text{dní}\,. \tag{3.9}$$

Z oboch strán odstránime znamienko mínus:

$$x \cdot 1\,\text{deň} = 110\,\text{dní}\,. \tag{3.10}$$

Na záver rovnicu vydelíme jednotkou 1 deň, čím dostaneme

$$x = 110\,. \tag{3.11}$$ 10 b

Teda kratších (29-dňových) kalendárnych mesiacov je 110 a dlhších (30-dňových) kalendárnych mesiacov je $235 - 110 = 125$. 5 b

4 Binokulár vs. monokulár

(**50 b**, autor: Samuel Buranský)

Pre bežné pozorovania vzdialených objektov je často používaným typom ďalekohľadu takzvaný binokulárny ďalekohľad. Ide o spojenie dvoch rovnakých ďalekohľadov, čo umožňuje pozorovanie oboma očami naraz. V úlohe budeme pracovať s binokulárnym ďalekohľadom s parametrami 6 × 33, čo znamená 6-násobné zväčšenie a priemer obidvoch objektívov $d = 33\,\mathrm{mm}$.

(a) *[25 b]* Vypočítajte, aký monokulár vie nahradiť spomínaný binokulár, teda, aký priemer D musí mať objektív monokuláru, aby zozbieral rovnaké množstvo svetla na vstupe.

Zdroj: Auckland Museum.

V ďalšej časti úlohy sa pozrieme na parametre monokuláru nájdeného v úlohe (a). Jedným z hlavných parametrov ďalekohľadu je rozlišovacia schopnosť. V praxi sa najlepšie testuje na tesných dvojhviezdach.

(b) *[25 b]* Overte, či je možné daným monokulárom rozlíšiť dvojhviezdu Izar s uhlovou vzdialenosťou zložiek 2,852″. Dvojhviezdu pozorujeme vo viditeľnom svetle, teda na vlnovej dĺžke $\lambda = 550\,\mathrm{nm}$.

(a) Aby monokulár zozbieral rovnaké množstvo svetla ako binokulár, musí byť plocha objektívu monokuláru rovnaká ako plocha oboch objektívov binokuláru dokopy. Na výpočet plochy objektívu využijeme vzťah pre obsah kruhu 5 b

$$S = \pi r^2 \,, \tag{4.1}$$

kde r je polomer kruhu, ktorý môžeme prepísať pomocou priemeru: $r = \frac{d}{2}$. Aby sme mohli dosadzovať priemer objektívu d prepíšeme plochu kruhu ako 5 b

$$S = \pi \frac{d^2}{4} \,. \tag{4.2}$$

Pre plochu objektívu monokuláru platí $S_\mathrm{m} = \pi \frac{D^2}{4}$ a pre vstupnú plochu binokuláru platí $S_\mathrm{b} = 2\pi \frac{d^2}{4}$. Obe plochy dáme do rovnosti

$$\pi \frac{D^2}{4} = 2\pi \frac{d^2}{4} \,, \tag{4.3}$$ 10 b

po skrátení dostaneme

$$D^2 = 2d^2 \,, \tag{4.4}$$

odkiaľ po odmocnení dostaneme priemer monokuláru

$$D = \sqrt{2}\, d \doteq \boxed{47\,\mathrm{mm}}\,. \tag{4.5}$$ 5 b

(b) Rozlišovacia schopnosť teleskopu je závislá na priemere objektívu a daná vzťahom

$$\theta = 206\,265 \cdot 1{,}22\, \frac{\lambda}{D}\,, \tag{4.6}$$ 15 b

kde λ je vlnová dĺžka na ktorej ďalekohľad pozoruje a pre viditeľné svetlo je rovná 550 nm, D je priemer objektívu a θ je rozlišovacia schopnosť ďalekohľadu v uhlových sekundách. Do vzťahu dosadíme vlnovú dĺžku a priemer v rovnakých jednotkách (v metroch) a dostaneme rozlišovaciu schopnosť ďalekohľadu

$$\theta = 206\,265 \cdot 1{,}22\, \frac{5{,}50 \cdot 10^{-7}}{47 \cdot 10^{-2}} \doteq 2{,}966''\,, \tag{4.7}$$ 5 b

čo predstavuje najmenšiu možnú uhlovú vzdialenosť hviezd, ktoré ešte ďalekohľadom rozlíšime. Podľa zadanie sú zložky dvojhviezdy Izar k sebe bližšie, takže by sme ich $\boxed{\text{nerozlíšili}}$. 5 b

Doplňujúca poznámka

Základná verzia vzťahu pre rozlišovaciu schopnosť v tvare $\theta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D}$ udáva uhol v radiánoch a číslo 206 265 slúži k prevodu radiánov na oblúkové sekundy. Na prevod radiánov a stupňov využijeme fakt, že kruh má 360° a zároveň 2π rad. Túto rovnosť môžeme zapísať ako

$$360^\circ = 2\pi\,\mathrm{rad}\,, \tag{4.8}$$

kde ľavú stranu vynásobíme 3600 (premeníme na oblúkové sekundy),

$$1\,296\,000'' = 2\pi\,\mathrm{rad}\,, \tag{4.9}$$

a na záver rovnicu podelíme 2π a dostaneme hodnotu jedného radiánu

$$1\,\mathrm{rad} \doteq 206\,265''\,. \tag{4.10}$$

5 Luna

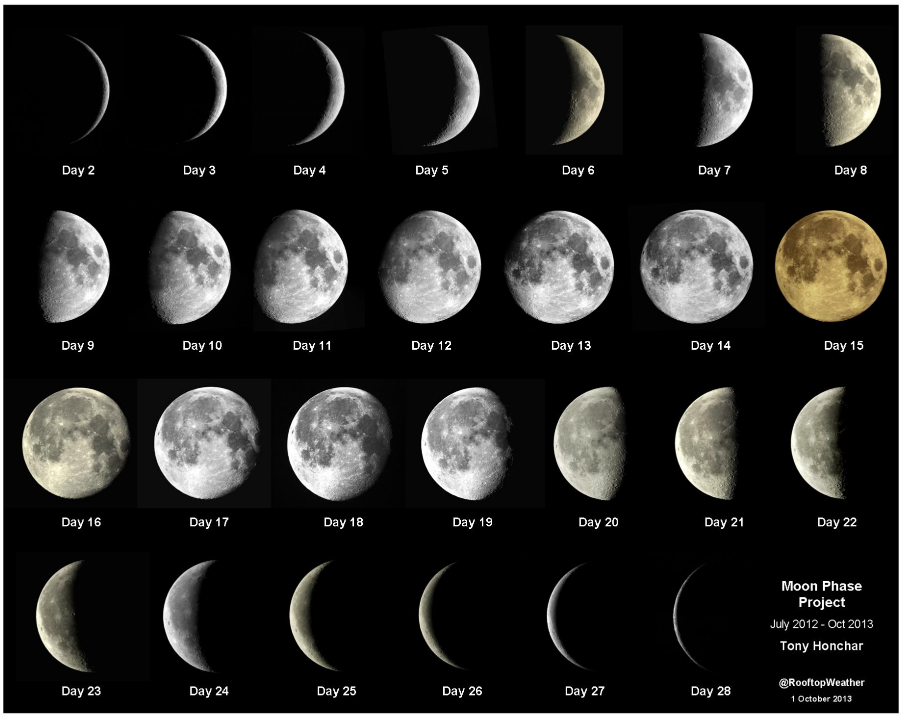
(**100 b**, autor: Radovan Lascsák)

Počas zimy sa nám naskytujú dobré podmienky na pozorovanie Mesiaca, nakoľko medzi prvou a poslednou štvrťou kulminuje vyššie nad horizontom ako v lete. To zároveň znamená, že vychádza skôr a zapadá neskôr, čiže ho na oblohe vieme zastihnúť dlhšiu dobu. Vašou úlohou je v priebehu domáceho kola vykonať opakované pozorovania Mesiaca, v ktorých:

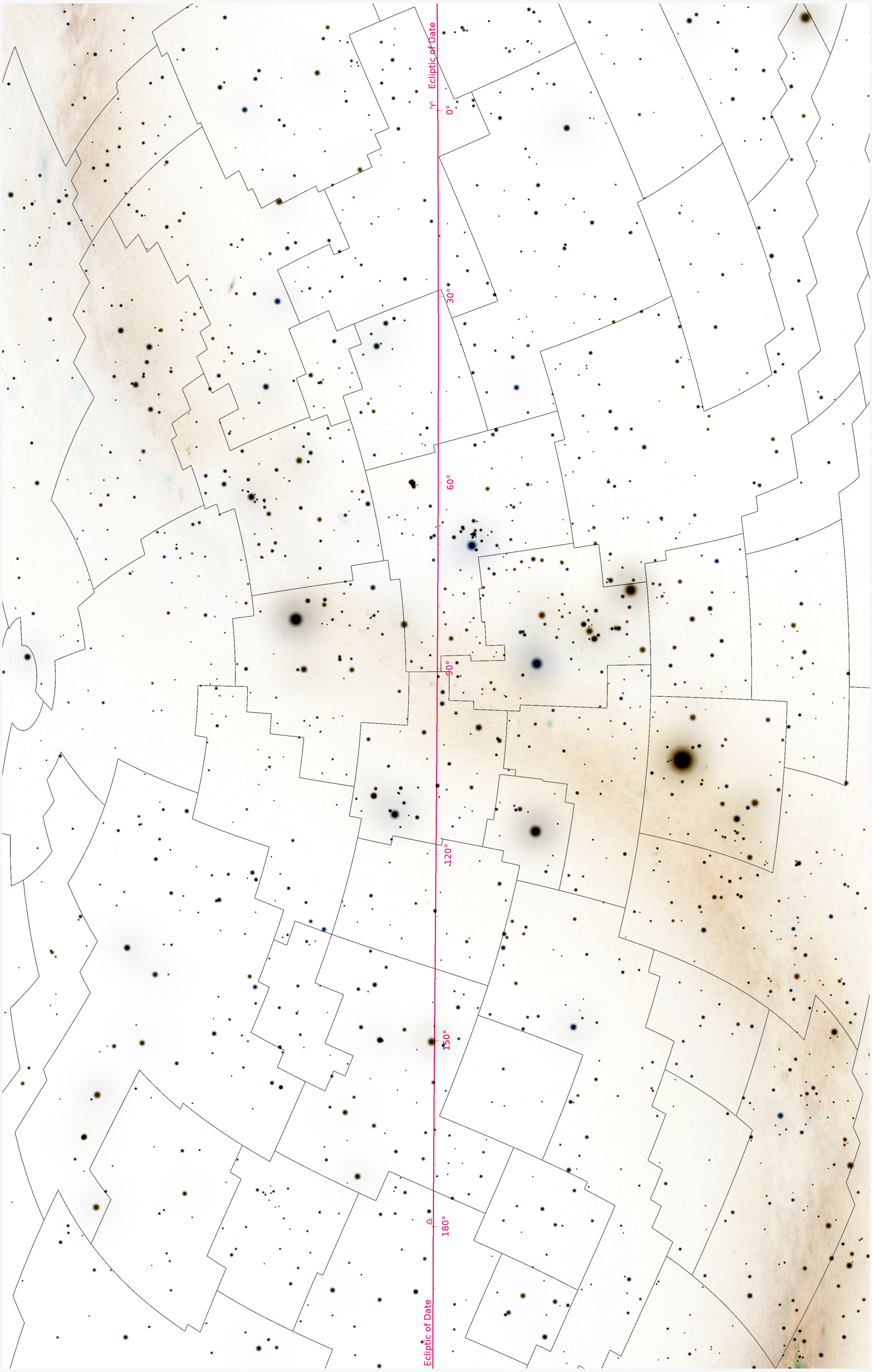
- zakreslite pozíciu Mesiaca do mapy na obrázku 5.2,
- napíšte, v akom súhvezdí sa Mesiac nachádza a skratku tohto súhvezdia,
- porovnajte Mesiac s tabuľkou jeho fáz na obrázku 5.1 a vyberte poradové číslo dňa od novu, ktoré najlepšie zodpovedá aktuálne pozorovanej fáze,
- uveďte dátum, čas a miesto pozorovania,
- popíšte podmienky pozorovania.

Iba pomocou informácií nameraných pri vašich pozorovaniach sa pokúste vypočítať alebo odhadnúť synodickú obežnú dobu Mesiaca, teda dobu od splnu po spln. Konkrétna metóda je na vás. Môžete ich vyskúšať aj viac a porovnať ich presnosť. Môže sa vám hodiť (ale nemusí) doba obehu Zeme okolo Slnka $P_\oplus = 1\,\text{rok} = 365{,}25\,\text{dňa}$.

Pozorovania vykonajte minimálne tri, s časovými rozostupmi aspoň 12 hodín. Nepoužívajte aplikácie simulujúce nočnú oblohu a informácie z internetu ani ročeniek. Nehodnotíme iba presnosť ale najmä snahu a nápaditosť. Nezabudnite sa v noci teplo obliecť.



Obr. 5.1: Tabuľka fáz Mesiaca počas jednotlivých dní počítaných od novu.



Obr. 5.2: Mapa nočnej oblohy. Ružovou je vyznačená ekliptika a uhlové vzdialenosti od jarného bodu (♈).

Dráha Mesiaca je sklonená voči rovine ekliptiky iba o približne 5°. To znamená, že sa Mesiac pri svojom pohybe medzi hviezdami nikdy nedostane ďalej ako 5° od ekliptiky. Preto je mapa v zadaní (obrázok 5.2) centrovaná okolo ekliptiky. Zákresy Mesiaca vieme jednoducho kontrolovať: ak je Mesiac príliš vysoko nad alebo hlboko pod ružovou čiarou ekliptiky, znamená to, že sme jeho polohu zakreslili zle.

Pri zakresľovaní Mesiaca sa musíme zorientovať na nočnej oblohe. Užitočný je kompas na určenie svetových strán a otáčavá mapka oblohy na určenie aktuálne viditeľných hviezd vzhľadom na polohu horizontu pre daný dátum a čas pozorovania. Následne musíme preniesť polohu Mesiaca na priloženú mapu. Tu si treba dať pozor na rôzne otočenia mapy a nočnej oblohy. Zakresľovanie komplikuje žiara Mesiaca, ktorá presvetľuje hviezdy v jeho okolí. Užitočné je sústrediť sa na relatívne polohy aspoň dvoch jasných hviezd voči Mesiacu a rovnaké geometrické usporiadanie preniesť na mapu na papieri.

Hranice súhvezdí sú zobrazené na priloženej mape, čo uľahčuje rozhodovanie o tom, v ktorom súhvezdí sa Mesiac nachádza. Keďže sa Mesiac musí pohybovať v blízkosti ekliptiky, stačí nám na mape identifikovať súhvezdia blízko ružovej čiary. Na obrázku 5.3 je mapa polôh Mesiaca v priebehu domáceho kola 20. ročníka Astronomickej olympiády počas prvých štvrtí, splnov a posledných štvrtí. Mapa takisto obsahuje skratky súhvezdí v okolí ekliptiky, v ktorých by sa Mesiac mohol nachádzať.

Na určenie synodickej doby Mesiaca existuje viacero spôsobov. Ako prvé by nás mohlo napadnúť odpozorovať dva po sebe nasledujúce splny a spočítať, koľko dní medzi nimi ubehlo. Takýto prístup je však pomerne nepresný. Odhadnúť, kedy presne nastal spln, je ťažké. Maximálna presnosť, ktorú je možné dosiahnuť, je 1 deň. Alternatívne by sme mohli počítať dni medzi dvoma po sebe idúcimi prvými (alebo poslednými) štvrťami. Tieto fázy sa odhadujú lepšie, nakoľko majú ostrý okraj, na rozdiel od splnu.

Ďalšou alternatívou riešenia je vykonať každé pozorovanie v čase, keď Mesiac práve zapadá alebo vychádza. Treba si dať pozor na to, aby sme pozorovali z rovnakého miesta, a teda mali rovnaký horizont. Ak si zapíšeme čas západu (alebo východu) Mesiaca v dvoch po sebe idúcich dňoch, zistíme, že v druhý deň zapadol (alebo vyšiel) o niečo neskôr. To je spôsobené tým, že sa medzitým presunul na iné miesto medzi hviezdami. Na základe tohto posunu je možné spočítať, koľko takýchto posunov je potrebných na to, aby uplynulo 24 hodín. Vtedy sa Mesiac vráti medzi hviezdami na pôvodné miesto. Počet posunov bude teda zodpovedať počtu dní v siderickom mesiaci. Ten následne vieme prepočítať na synodický mesiac pomocou dĺžky roka. Problém pri tejto metóde je, že sa časový posun medzi dvoma po sebe nasledujúcimi západmi (alebo východmi) Mesiaca môže výrazne líšiť, nakoľko sa deklinácia Mesiaca mení, čo spôsobuje, že zapadá na rôznych miestach horizontu. Najkratší posun je 14 minút, kedy by nám vyšlo, že siderický mesiac má 103 dní, keďže

$$\frac{24 \cdot 60\,\text{minút}}{14\,\text{minút}} \doteq 103\,. \tag{5.1}$$

Naopak, pre najdlhší posun, ktorý je 79 minút, dostaneme dĺžku siderického mesiaca iba 18

dní, keďže
$$\frac{24 \cdot 60\,\text{minút}}{79\,\text{minút}} \doteq 18\,. \tag{5.2}$$

Dobrý prístup pri tejto metóde je pozorovanie opakovať pri rôznych fázach Mesiaca a následne spriemerovať namerané posuny času západu (alebo východu) Mesiaca. Napríklad spriemerovaním najdlhšieho a najkratšieho posunu získame posun o dĺžke $(14 + 79)/2 = 46{,}5$ minút, z ktorého vypočítame dĺžku siderického mesiaca na 31 dní, čo je výrazne presnejší odhad. Reálna hodnota siderického mesiaca je podľa konštantovníka 27,33 dňa.

Najpresnejší prístup na určenie dĺžky siderického mesiaca je využiť zákresy na mape. Stupňami na ekliptike máme určenú škálu uhlových vzdialeností. To znamená, že môžeme pravítkom odmerať vzdialenosti v centimetroch medzi jednotlivými zákresmi a prepočítať ich na uhlové vzdialenosti na oblohe. Následne, na základe času, ktorý ubehol medzi pozorovaniami, vieme vypočítať, koľko času musí ubehnúť, aby Mesiac prešiel po oblohe 360°. Najväčšia výhoda tejto metódy je, že sa Mesiac hýbe pozdĺž ekliptiky pomerne rovnomerne. Za jeden deň prejde 12° až 15°. Z toho dostávame dĺžku siderického mesiaca 24 až 30 dní, čo zistíme výpočtami obdobnými ako predtým
$$\frac{360^\circ}{12^\circ} = 30 \quad , \quad \frac{360^\circ}{15^\circ} = 24\,. \tag{5.3}$$

V priemere dostávame 27 dní, čo je veľmi dobrý odhad dĺžky siderického mesiaca.

Navyše, nemusíme využívať iba pozorovania presne jeden deň po sebe, čo výrazne zjednodušuje ich plánovanie, a takisto zvyšuje presnosť získaného výsledku. Ilustrujeme si to pomocou mapy na obrázku 5.3. Zamerajme sa na polohu Mesiaca v prvej štvrti, ktorá nastala 27. 12. o 21:00, a polohu Mesiaca v splne, ktorý nastal 3. 1. o 11:00. Medzi týmito dvoma pozorovaniami uplynulo 7 dní a 14 hodín, teda 7,58 dňa. Na základe uhlovej stupnice na ekliptike vieme odhadnúť, že sa Mesiac posunul o približne 100°. Pomocou trojčlenky vieme následne prepočítať, koľko času Mesiac potrebuje na to, aby prešiel 360°. Čas označíme neznámou t a z trojčlenky dostávame rovnicu
$$\frac{360^\circ}{100^\circ} = \frac{t}{7{,}58\,\text{dňa}}\,, \tag{5.4}$$

z ktorej jednoduchou úpravou dostávame hľadaný čas
$$t = \frac{360^\circ}{100^\circ} \cdot 7{,}58\,\text{dňa} = 3{,}6 \cdot 7{,}58\,\text{dňa} \doteq 27{,}3\,\text{dňa}\,. \tag{5.5}$$

Čím sme získali ešte presnejší odhad siderickej obežnej doby Mesiaca.

Na záver si ukážeme, ako prepočítať dĺžku siderického mesiaca na dĺžku synodického mesiaca, a to pomocou dĺžky roka 365,25 dňa. Počas roka nastane o jeden siderický mesiac viac ako synodický, pretože jeden obeh Mesiaca okolo Zeme je zdanlivo skrytý v obehu Zeme okolo

Slnka. Teda musí platiť

$$\frac{365{,}25\,\text{dňa}}{P_{☾}} - \frac{365{,}25\,\text{dňa}}{S_{☾}} = 1\,, \tag{5.6}$$

kde $P_{☾}$ je dĺžka siderického mesiaca a $S_{☾}$ dĺžka synodického mesiaca. Z tejto rovnice vieme vypočítať požadovaný prepočet $P_{☾} \leftrightarrow S_{☾}$. Napríklad pre $P_{☾} = 27{,}3\,\text{dní}$ dostaneme po dosadení

$$\frac{365{,}25\,\text{dňa}}{27{,}3\,\text{dní}} - \frac{365{,}25\,\text{dňa}}{S_{☾}} = 1\,, \tag{5.7}$$

čo po úprave dá

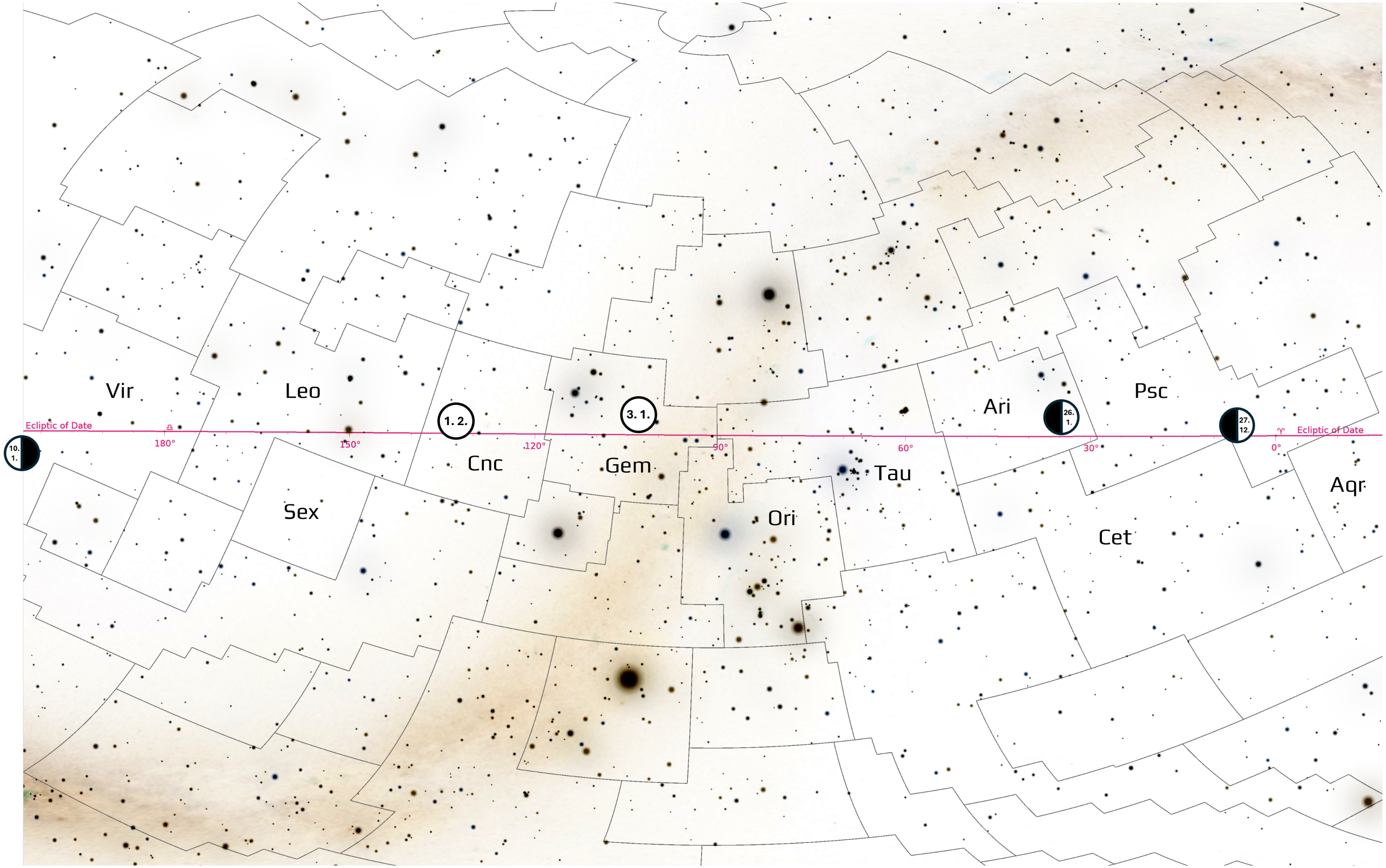
$$\frac{365{,}25\,\text{dňa}}{S_{☾}} = \frac{365{,}25\,\text{dňa}}{27{,}3\,\text{dní}} - 1 \doteq 13{,}4 - 1 = 12{,}4\,. \tag{5.8}$$

Finálnou úpravou dostaneme výsledok

$$S_{☾} = \frac{365{,}25\,\text{dňa}}{12{,}4} \doteq 29{,}5\,\text{dní}\,. \tag{5.9}$$

Tento výsledok je veľmi presný, podľa konštantovníka je dĺžka synodického mesiaca 29,53 dňa. Presnosť vieme ešte viac zlepšiť opakovaním výpočtu pre rôzne dvojice pozorovaní a následným priemerovaním. Viac meraní prináša presnejšie výsledky, to je všeobecný prístup vo vede.

Pri hodnotení tejto úlohy nerozhodovala iba presnosť získaného výsledku, ale snaha a nápaditosť pri riešení akoukoľvek metódou. Preto v tomto vzorovom riešení nenájdete bodovú schému na pravom okraji.



Obr. 5.3: Mapa nočnej oblohy s vyznačenými polohami Mesiaca v priebehu domáceho kola, konkrétne počas prvej štvrte (27. 12. a 16. 1.), splnu (3. 1. a 1. 2.) a poslednej štvrte (10. 1.). Na mape sú taktiež vyznačené skratky súhvezdí v okolí ekliptiky, v ktorých by sa Mesiac mohol nachádzať (Panna, Lev, Sextant, Rak, Blíženci, Orión, Býk, Baran, Veľryba, Ryby a Vodnár). Posledná štvrť z 9. 2. sa na mapu nezmestila, pretože nastala v súhvezdí Váhy (Lib).

Zoznam konštánt (ZŠ)

Základné konštanty

rýchlosť svetla vo vákuu	c	$= 2{,}998 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
gravitačná konštanta	G	$= 6{,}674 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^{3}\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
elementárny elektrický náboj	e	$= 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Stefanova-Boltzmannova konštanta	σ	$= 5{,}670 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
Wienova posunovacia konštanta	b	$= 2{,}898 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m\,K}$
Hubblova konštanta	H_0	$= 70\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$

Astronomické jednotky

stredný slnečný deň	deň	$= 24\,\mathrm{h}$
siderický (hviezdny) deň	$t_\oplus$	$= 23\,\mathrm{h}\ 56\,\mathrm{min}\ 4{,}1\,\mathrm{s}$
rok (juliánsky)	rok	$= 365{,}25$ dňa
astronomická jednotka	au	$= 1{,}496 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$
svetelný rok	ly	$= 63\,241\,\mathrm{au}$
parsek	pc	$= 3{,}262\,\mathrm{ly}$

Slnečná sústava

polomer Slnka	$R_\odot$	$= 6{,}957 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$
hmotnosť Slnka	$\mathcal{M}_\odot$	$= 1{,}989 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$
svietivosť (žiarivý výkon) Slnka	$L_\odot$	$= 3{,}828 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$
povrchová (efektívna) teplota Slnka	$T_\odot$	$= 5772\,\mathrm{K}$
zdanlivá magnitúda Slnka	$m_\odot$	$= -26{,}74\,\mathrm{mag}$
absolútna magnitúda Slnka	$M_\odot$	$= 4{,}83\,\mathrm{mag}$
excentricita dráhy Zeme	$e_\oplus$	$= 0{,}0167$
polomer Mesiaca	$R_☾$	$= 1737\,\mathrm{km}$
hmotnosť Mesiaca	$\mathcal{M}_☾$	$= 7{,}346 \cdot 10^{22}\,\mathrm{kg}$
veľká poloos dráhy Mesiaca	$a_☾$	$= 3{,}844 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$
siderická obežná doba Mesiaca	$P_☾$	$= 27{,}32$ dňa
synodická obežná doba Mesiaca	$S_☾$	$= 29{,}53$ dňa

planéta	polomer	hmotnosť	veľká polos dráhy
Merkúr ☿	$R_☿ = 2440\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_☿ = 3{,}302 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$	$a_☿ = 0{,}387\,\mathrm{au}$
Venuša ♀	$R_♀ = 6052\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_♀ = 4{,}867 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$	$a_♀ = 0{,}723\,\mathrm{au}$
Zem ⊕	$R_\oplus = 6378\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_\oplus = 5{,}972 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$	$a_\oplus = 1\,\mathrm{au}$
Mars ♂	$R_♂ = 3393\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_♂ = 6{,}417 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$	$a_♂ = 1{,}524\,\mathrm{au}$
Jupiter ♃	$R_♃ = 69\,911\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_♃ = 1{,}898 \cdot 10^{27}\,\mathrm{kg}$	$a_♃ = 5{,}204\,\mathrm{au}$
Saturn ♄	$R_♄ = 58\,232\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_♄ = 5{,}683 \cdot 10^{26}\,\mathrm{kg}$	$a_♄ = 9{,}583\,\mathrm{au}$
Urán ⛢	$R_⛢ = 25\,362\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_⛢ = 8{,}681 \cdot 10^{25}\,\mathrm{kg}$	$a_⛢ = 19{,}191\,\mathrm{au}$
Neptún Ψ	$R_\Psi = 24\,764\,\mathrm{km}$	$\mathcal{M}_\Psi = 1{,}024 \cdot 10^{26}\,\mathrm{kg}$	$a_\Psi = 30{,}069\,\mathrm{au}$

Vzťahy pre pravouhlý trojuholník

Pytagorova veta: $a^2 + b^2 = c^2$

$(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$

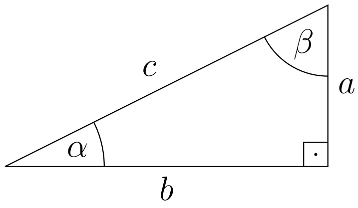
Trigonometria:

$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \cos\beta$

$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \sin\beta$

$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \cot\beta$

$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \tan\beta$



Obvod, obsah, objem, povrch

Obvod kruhu: $o = 2\pi r$

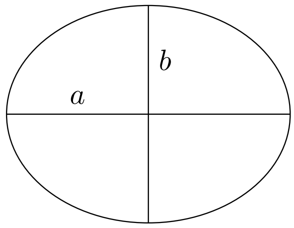
Obsah kruhu: $S = \pi r^2$

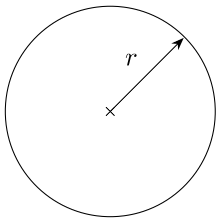
Obsah elipsy: $S = \pi ab$

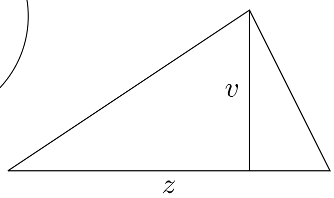
Obsah trojuholníka: $S = \frac{1}{2} zv$

Objem gule: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Povrch gule: $S = 4\pi r^2$







Úpravy rovníc

Pričítanie: $x = y \quad \Rightarrow \quad x + a = y + a$

Odčítanie: $x = y \quad \Rightarrow \quad x - a = y - a$

Násobenie: $x = y \quad \Rightarrow \quad ax = ay$

Delenie: $x = y \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{a} = \frac{y}{a} \quad (\text{pre } a \neq 0)$

Odmocnenie: $x^a = y \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt[a]{y}$

Odlogaritmovanie: $\log x = y \quad \Rightarrow \quad x = 10^y$

Ďalšie matematické vzťahy

Binomické vzťahy: $(x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$

$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

Vedecký zápis čísla: $1{,}23 \cdot 10^4 = 12\,300$

$1{,}23 \cdot 10^{-4} = 0{,}000\,123$

Práca s mocninami: $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$

$x^a x^b = x^{a+b}$

$(x^a)^b = x^{ab}$

$x^{1/a} = \sqrt[a]{x} \quad (\text{pre } a \neq 0)$