

Astronomická olympiáda 2025

Kolo: celoslovenské kolo
Kategória: **stredná škola**

Dátum súťaže: 05. 05. 2025
Čas na vypracovanie: 5 h

- Každý príklad riešte *jednostranne na samostatný list*.
V hlavičke zakrúžkujte vašu kategóriu a typ príkladu,
vyplňte meno, priezvisko, názov príkladu,
poradové číslo strany a celkový počet strán.
- Povolené pomôcky: písacie a rysovacie potreby,
neprogramovateľné kalkulačky a občerstvenie.
- Pri výpočtoch použite hodnoty konštánt, jednotiek
a veličín uvedených v priloženom *konštantovníku*.
Upozorňujeme, že nie všetky konštanty sú potrebné.
- Výsledok zaokrúhlite na relevantný *počet platných číslic*.



Slovenská ústredná hvezdáreň
v Hurbanove

**Slovenská
Astronomická
Spoločnosť**
pri Slovenskej akadémii vied

Dátová analýza

Dokopy je možné získať **500b**

D1 Velké americké zatmenie III (165 b, autor: Jana Švrčková)

Výpravu za úplným zatmením Slnka 2024 v Amerike zastihlo nepriaznivé počasie, kedy vo väčšine Texasu (kde pôvodne plánovali pozorovať) bola na deň zatmenia predpovedaná oblačnosť. Preto sa rozhodli vyraziť v noci pred samotným zatmením na sever, smerom k Arkansasu v nádeji, že sa dostanú na miesto, kde budú dobré podmienky na pozorovanie.

Samozrejme, na to, aby mohli pozorovať úplné zatmenie Slnka, museli zostať v páse totality. Dôležitá je ale aj poloha v samotnom páse, pretože v jeho strede je zatmenie najdlhšie.

Počas jazdy autom smerom k vytúženému miestu bez oblakov padla otázka, či sa dá nejako jednoducho určiť závislosť dĺžky trvania úplného zatmenia na vzdialenosti od stredu pásu totality. V reálnom prípade to nie je veľmi jednoduché, ale ak urobíme určité zjednodušenia, vieme odvodiť závislosť, ktorá celkom dobre popisuje realitu.

- (a) [35 b] Predpokladajte, že povrch Zeme je rovina kolmá na spojnicu Zem-Mesiak-Slnko. Dokážte, že teoretická závislosť dĺžky trvania t úplného zatmenia v závislosti na vzdialenosti od stredu pásu totality má nasledujúci tvar

$$t = t_{\max} \sqrt{1 - \frac{d^2}{W^2}}, \quad (\text{D1.1})$$

kde $t_{\max}$ je celkový čas úplného zatmenia v strede pásu totality a d je kolmá vzdialenosť pozorovateľa od stredu pásu a W je pološírka pásu totality.

V tabuľke D1.1 je 30 miest, v ktorých bolo možné 8. 4. 2024 pozorovať úplné zatmenie Slnka. Ku každému z nich sú pripísané jeho súradnice, vzdialenosť od stredu pásu totality a odmeraný čas trvania úplného zatmenia. Mestá pokrývajú celú dĺžku pásu totality, ktorá sa nachádza na pevnine – od Mexika až po Kanadu.

Tabuľka D1.1: Trvanie úplného zatmenia 2024 v rôznych mestách Severnej Ameriky.

Mesto	t	Zem. šírka	Zem. dĺžka	d [km]
Villa Unión	4 ^{min} 26,3 ^s	23° 11' N	106° 13' W	7
Mazatlán	4 ^{min} 17,5 ^s	23° 15' N	106° 25' W	26
La Ciudad	4 ^{min} 27,3 ^s	23° 42' N	105° 39' W	5
Durango	3 ^{min} 46,6 ^s	24° 1' N	104° 40' W	53
Canatlán	4 ^{min} 26,9 ^s	24° 31' N	104° 46' W	8
Nazas	4 ^{min} 27,3 ^s	25° 13' N	104° 7' W	7
Bermejillo	4 ^{min} 27,7 ^s	25° 53' N	103° 37' W	4
Monclova	2 ^{min} 17,6 ^s	26° 54' N	101° 25' W	84
Múzquiz	4 ^{min} 27,2 ^s	27° 53' N	101° 31' W	5
Piedras Negras	4 ^{min} 24,3 ^s	28° 41' N	100° 32' W	14
Devine	0 ^{min} 37,5 ^s	29° 8' N	98° 54' W	96
Ciudad Acuña	3 ^{min} 21,9 ^s	29° 19' N	100° 58' W	64
Austin	1 ^{min} 40,2 ^s	30° 16' N	97° 45' W	89
Lampasas	4 ^{min} 24,3 ^s	31° 4' N	98° 11' W	3
Waco	4 ^{min} 11,3 ^s	31° 33' N	97° 9' W	29
Fort Worth	2 ^{min} 31,9 ^s	32° 45' N	97° 20' W	78
Dallas	3 ^{min} 51,4 ^s	32° 47' N	96° 48' W	45
Texarkana	2 ^{min} 22,7 ^s	33° 26' N	94° 3' W	79
De Queen	4 ^{min} 17,3 ^s	34° 2' N	94° 20' W	11
Hot Springs Village	3 ^{min} 51,9 ^s	34° 40' N	93° 0' W	41
Russellville	4 ^{min} 11,5 ^s	35° 17' N	93° 8' W	18
Barling	0 ^{min} 44,6 ^s	35° 20' N	94° 18' W	94
Paducah	1 ^{min} 31,0 ^s	37° 5' N	88° 36' W	86
Carbondale	4 ^{min} 8,3 ^s	37° 44' N	89° 13' W	4
Indianapolis	3 ^{min} 49,3 ^s	39° 46' N	86° 9' W	29
Michigantown	0 ^{min} 36,1 ^s	40° 20' N	86° 24' W	92
Toledo	1 ^{min} 50,9 ^s	41° 39' N	83° 32' W	81
Cleveland	3 ^{min} 48,9 ^s	41° 30' N	81° 42' W	15
Buffalo	3 ^{min} 45,2 ^s	42° 53' N	78° 53' W	4
Montréal	1 ^{min} 25,6 ^s	45° 30' N	73° 34' W	83

- (b) [55 b] Nakreslite graf závislosti trvania úplného zatmenia na vzdialenosti od stredu pásu totality. Odhadnite z neho šírku pásu totality aj jej neistotu. Predpokladajte, že šírka pásu nezávisí na zemepisnej polohe.
- (c) [75 b] V reálnom prípade trvanie úplného zatmenia nezávisí len na vzdialenosti od stredu pásu totality, ale aj na zemepisnej polohe. V tejto časti sa pokúste nájsť zemepisnú polohu ideálnej oblasti na pozorovanie zatmenia - teda miesto, kde bolo pozorované najdlhšie úplné zatmenie. V grafe z predchádzajúcej podúlohy sa zdá, že v miestach, ktoré sú od stredu pásu vzdialené maximálne 15 km, sa funkcia času od vzdialenosti mení už celkom pomaly. Vyberte z tabuľky iba miesta, ktoré spĺňajú túto podmienku a nakreslite pre ne 2 grafy – čas trvania v závislosti od zemepisnej šírky a čas trvania v závislosti od zemepisnej dĺžky. Z týchto grafov potom odhadnite maximálnu pozorovateľnú dĺžku trvania úplného zatmenia a zemepisné súradnice miesta, odkiaľ sa najdlhšie zatmenie bude dať pozorovať. Pre všetky tri údaje odhadnite aj neistoty.

D2 Vzdialená galaxia

(335b, autor: Samuel Amrich)

Predstavte si, že pozorujete vzdialenú galaxiu. Ako ďaleko ale vlastne vzdialenú? To je otázka, na ktorú sa pokúsite v tejto úlohe prísť. Vo vesmíre existuje viacero spôsobov, ako odhadovať vzdialenosti. Odhadovať je asi lepší popis ako merať, pretože každá jedna metóda je typicky zatažená značnými chybami. Medzi metódy, ktoré sú použiteľné pre vzdialené galaxie (galaxie mimo miestnej skupiny galaxií) patria štandardné sviečky, vzťah Tully-Fisher alebo pozorovanie galaktických megamaserov („mega“ ako silný, „maser“ ako mikrovlnný laser). Údaje a konkrétna galaxia sú vymyslené, ale jednotlivé veličiny majú typické, pozorovateľné hodnoty. Jednotlivé metódy sú samozrejme mierne zjednodušené, najmä sú vám prezentované dáta už očistené o väčšinu systematických chýb.

Funkcia svietivosti pre planetárne hmloviny (PNLF)

Prvá metóda využíva fotometriu planetárnych hmlovín, tak ako je popísaná v článku *Extragalactic Distances from Planetary Nebulae*¹. Veľkou výhodou je, že sa celé meranie dá vykonať s pomocou iba dvojice fotografií. Jedna fotografia (úzkopásmová) sa vykoná v typickej spektrálnej čiare, v akej svietia planetárne hmloviny. Obvykle je to čiara [O III], teda zakázaná čiara dvakrát ionizovaného kyslíka. Druhá fotografia je vykonaná v kontinuu. Následne sa od úzkopásmovej snímky odčíta snímka v kontinuu. Konkrétnosti merania nie sú dôležité, zásadné ale je, že planetárne hmloviny nie sú samé o sebe štandardné sviečky (objekt alebo jav s vyžarovanou energiou, ktorú poznáme alebo vieme určiť presne). Maximálna teoretická svietivosť planetárnej hmloviny už štandardnou sviečkou je. Ako ale odhaliť túto maximálnu teoretickú svietivosť? Empiricky bolo zistené, že ak si vytvoríme histogram počtu planetárnych hmlovín s konkrétnymi hodnotami absolútnej svietivosti M , potom graf vykazuje funkčnú závislosť

$$N(M) \propto e^{0,307M} \cdot (1 - e^{3(M_{\text{PNLF}} - M)}) . \quad (\text{D2.1})$$

Pričom $M_{\text{PNLF}} = -4,48$ mag je absolútna magnitúda teoreticky najjasnejšej planetárnej hmloviny. Táto hodnota sa zdá byť univerzálna pre všetky galaxie. Ak teda budeme schopní nafitovať hodnotu zdanlivej teoreticky maximálne absolútnej magnitúdy m_{PNLF} , potom budeme schopní vypočítať jej vzdialenosť.

Úloha 1 [65b] Narysujte graf, do ktorého vynesiete dáta z tabuľky D2.1. Vodorovná os predstavuje pozorovanú magnitúdu a vertikálna os predstavuje desiatkový logaritmus množstva planetárnych hmlovín s danou magnitúdou $m \pm 0,05$ mag. Nezabudnite aj správne vyniesť chybové úsečky (error bary). Vykonajte fit voľnou rukou na dátach. Môžete sa inšpirovať ilustračným obrázkom D2.1. Odčítajte hodnotu magnitúdy m_{PNLF} na ktorej váš fit prechádza hodnotou počtosti 1. Nezabudnite uviesť aj neistotu tohto výsledku $\sigma_{m_{\text{PNLF}}}$. Na základe tohto výsledku vypočítajte vzdialenosť d_{PNLF} ku pozorovanej galaxii aj s predpokladanou chybou merania $\sigma_{d_{\text{PNLF}}}$. Váš výsledný graf a najmä fit by mali vyzeráť podobne ako na ilustračnom nákrese D2.1.

¹<https://arxiv.org/pdf/astro-ph/0301279>

Tabuľka D2.1: Tabuľka počtu pozorovaných planetárnych hmlovín v závislosti od zdanlivej magnitúdy. Dáta už sú opravené o medzihviezdnu extinkciu. n je počet planetárnych hmlovín s danou magnitúdou $m \pm 0,05$ mag. Hodnota σ_m je pre všetky merania rovnaká a rovná $\sigma_m = 0,05$.

m	σ_m	n	σ_n
25,6		9	3
25,7		23	5
25,8		34	6
25,9		37	6
26,0		53	7
26,1		61	8
26,2		76	9
26,3	0,05	72	8
26,4		85	9
26,5		88	9
26,6		105	10
26,7		111	11
26,8		74	9
26,9		94	10
27,0		78	9

Funkcia svietivosti pre guľové hviezdokopy (GCLF)

Obdobne ako pri planetárnych hmlovínach, tak aj pri guľových hviezdokopách nemôžeme o nich uvažovať ako o štandardných sviečkach. Experimentálne sa ale zistilo, že keď urobíme štatistiku na známych vzdialenostiach, zistíme, že najpravdepodobnejšia absolútna svietivosť je rovná hodnote $M_{\text{GCLF}} = -7,56$ mag. Niekedy označovaná aj ako TOM, z anglického „Turn Over Magnitude“. Práve táto absolútna svietivosť už vykazuje dostatočnú regularitu, aby sme o nej mohli hovoriť ako o štandardnej sviečke, tak ako je popísané v článku The Globular Cluster Luminosity Function: New Progress in Understanding an Old Distance Indicator ².

Úloha 2 [30b] Z dodaného grafu D2.4 odčítajte hodnotu m_{GCLF} , teda hodnotu najpravdepodobnejšej magnitúdy. Nezabudnite uviesť aj neistotu tohto výsledku $\sigma_{m_{\text{GCLF}}}$. Vypočítajte vzdialenosť d_{GCLF} ku pozorovanej galaxii na základe tohto výsledku aj s predpokladanou chybou merania $\sigma_{d_{\text{GCLF}}}$.

²<https://arxiv.org/pdf/astro-ph/0304318>

Tully-Fisher závislosť

Ďalší spôsob, ako zistiť vzdialenosť k vzdialeným galaxiám, je na základe merania rotačnej rýchlosti $v_{\text{T-F}}$ disku galaxie. Táto metóda bola prvýkrát predstavená v článku A new method of determining distances to galaxies ³ dvojicou autorov R. Brent Tully a J. Richard Fisher, podľa ktorých sa táto metóda dodnes nazýva. Empiricky zistili, že svietivosť galaxie L vykazuje približnú závislosť ako $L \propto v_{\text{T-F}}^4$. Samozrejme, je ešte potrebné prejsť do magnítúd a celý vzťah správne nakalibrovať. My budeme používať výraz v tvare

$$m - M = 21,1 + 3,7 \cdot \log_{10}(v_{\text{T-F}} [\text{km s}^{-1}]) . \quad (\text{D2.2})$$

V realite nevieme zmerať rotačnú rýchlosť priamo. Vieme ale merať rozštiepenie spektrálnych čiar, spôsobené touto rotáciou. Takéto rozštiepené spektrum následne vyzerá ako je na ilustračnom náčrte D2.2. Všetky spektrá (obrázky D2.5, D2.6, D2.7, D2.8, D2.9) sú už opravené o vlastný pohyb galaxie.

Laboratórne hodnoty pozorovaných vlnových dĺžok sú napísané v tabuľke D2.2.

Tabuľka D2.2: Tabuľka laboratórnych vlnových dĺžok.

Meno	Λ
H_α	6563 Å
H_β	4861 Å
L_α	1216 Å
[OIII]	5007 Å
[SII]	6717 Å

Zároveň nezabudnite opraviť dané merania o inklináciu galaxie. To je veličina, ktorá je naozaj extrémne náročná na odhad, pretože častokrát len musíme vychádzať z fotografie danej galaxie na obrázku D2.10 a predpokladu, že daná galaxia je v skutočnosti kruhová. Vami získanú inklináciu i nezabudnite uviesť aj s chybou σ_i .

Úloha 3 [130 b] Z dodaných grafov spektier okolo rôznych vlnových dĺžok D2.5, D2.6, D2.7, D2.8, D2.9 zistite rozštiepenie daných vlnových dĺžok $\Delta\lambda$ (posun čiar od laboratórnej čiary v strede) aj s odhadom chyby $\sigma_{\Delta\lambda}$. Z tohto rozštiepenia, ktoré je spôsobené výlučne Dopplerovským posunom, zistite rotačnú rýchlosť danej galaxie $v_{\text{T-F}}$ aj s odhadom chyby $\sigma_{v_{\text{T-F}}}$. Využite túto rýchlosť so znalosťou vzťahu Tully-Fisher na výpočet vzdialenosti danej galaxie $d_{\text{T-F}}$ aj s odhadom chyby $\sigma_{d_{\text{T-F}}}$.

³<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1977A&A...54..661T>

Megamaser

Veľmi zaujímavým spôsobom merania vzdialeností je využitie merania spektier vyžarovaných v rádiovnej oblasti okolo aktívnych galaktických centier, tak ako je popísané v článku The megamaser cosmology project. I. very long baseline interferometric observations of UGC 3789 ⁴. Hmota, ktorá sa nabaľuje na supermasívnu čiernu dieru v centre takejto galaxie, sa nachádza vo vybudenom stave (dochádza k tzv. pumping-u) a tak je schopná vyžarovať ako obrovský mikrovlnný laser do okolia. Vyžarovaná energia je obrovská, preto sa maser dá jednoducho zachytiť. Zároveň je jeho emisná čiara úzka a tak ľahko rozoznateľná. Najčastejšie sa pozoruje vyžarovanie na čiare 18 cm OH, alebo 1,35 cm H₂O. Z tohto spektra vieme zistiť rýchlosť hmoty okolo čiernej diery, a ak meriame toto spektrum pre rôzne pozície v rámci centra galaxie, tak aj veľkosť oblaku tohto materiálu. Z opakovaných pozorovaní vieme zistiť zrýchlenie pádu hmoty na čiernu dieru $a = 15,5 \text{ km s}^{-1} \text{ rok}^{-1}$. Kombináciou jednoduchých vzťahov prichádzame k výslednému vzťahu pre vzdialenosť pozorovanej galaxie

$$d_{\text{MM}}[\text{m}] = \frac{(v_{\text{MM}}[\text{m s}^{-1}])^2}{a[\text{ms}^{-2}] \cdot \Delta\Theta[\text{rad}]} . \quad (\text{D2.3})$$

Kde v_{MM} je maximálna orbitálna rýchlosť a $\Delta\Theta$ je uhlová veľkosť. Namerané hodnoty pre nami vyšetřovanú galaxiu sú v tabuľke D2.3.

Úloha 4 [90b] Narysujte graf, do ktorého vynesiete dáta z tabuľky D2.3. Vodorovná os predstavuje pozíciu na oblohe v mas, teda tisícinách oblúkovej sekundy. Vertikálna os predstavuje nameranú rýchlosť rotácie v danom mieste. Vykonajte kombinovaný fit, voľnou rukou mimo disku, pravítkom lineárne v rámci disku, môžete sa inšpirovať náčrtom D2.3. Odčítajte hodnoty rýchlosti v_{MM} a uhlovej veľkosti $\Delta\Theta$. Nezabudnite uviesť aj neistoty týchto výsledkov $\sigma_{v_{\text{MM}}}$ a $\sigma_{\Delta\Theta}$. Vypočítajte vzdialenosť d_{MM} k pozorovanej galaxii na základe tohto výsledku aj s predpokladanou chybou merania $\sigma_{d_{\text{MM}}}$.

⁴<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-637X/695/1/287>

Tabuľka D2.3: Tabuľka meraní radiálnej rýchlosti hmoty okolo centra galaxie. Dáta nemusíte opravovať o inklináciu ako v prípade Tully-Fisher meraní. Dáta sú centrované na stred galaxie, teda stred galaxie má pozíciu 0 mas a nameranú rýchlosť 0 km s^{-1} . Jednotka mas je anglická skratka mili arc second, teda tisícina uhlovej sekundy.

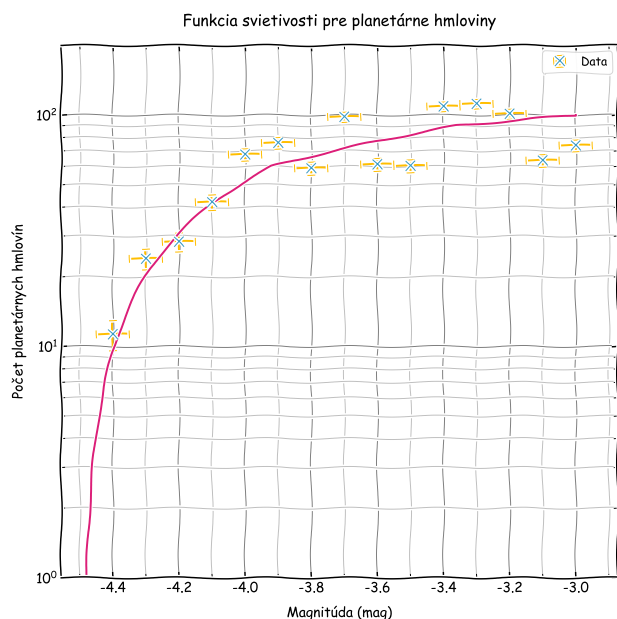
Pozícia (mas)	Nameraná rýchlosť (km s^{-1})
-5.93	1300
-9.25	870
-7.62	1000
4.71	-1630
0.78	-350
2.2	-1060
-9.61	890
0.24	-140
-3.3	1510
-4.65	1660
-1.13	440
-2.01	980
5.69	-1370
0.01	-60
-0.2	0
0.21	-100
-4.1	1750
-5.9	1290
-10.0	760
10.0	-730

Význam veličín zo vzťahu (D2.3) je vysvetlený v náčrte grafu D2.3.

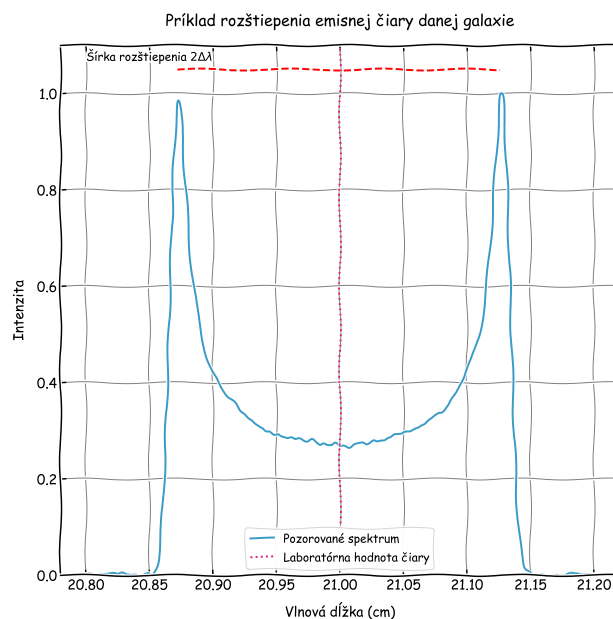
Záver

[20b] Keď už máte odhad vzdialenosti ku pozorovanej galaxii z rôznych prístupov, môžete sa pokúsiť o ich skombinovanie. Konkrétnu metódu necháme na vás, ale je dôležité odôvodniť jej výber. Aká je teda podľa vás výsledná hodnota vzdialenosti k pozorovanej galaxii d a jej neistota σ_d ?

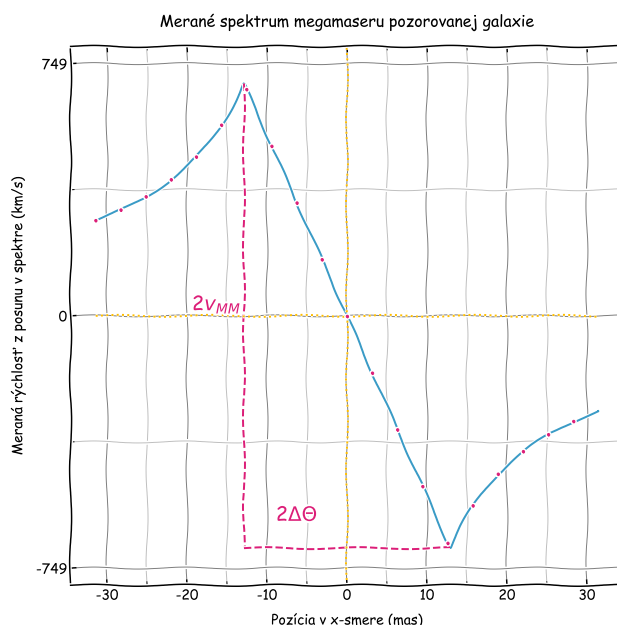
Ilustračné náčrty



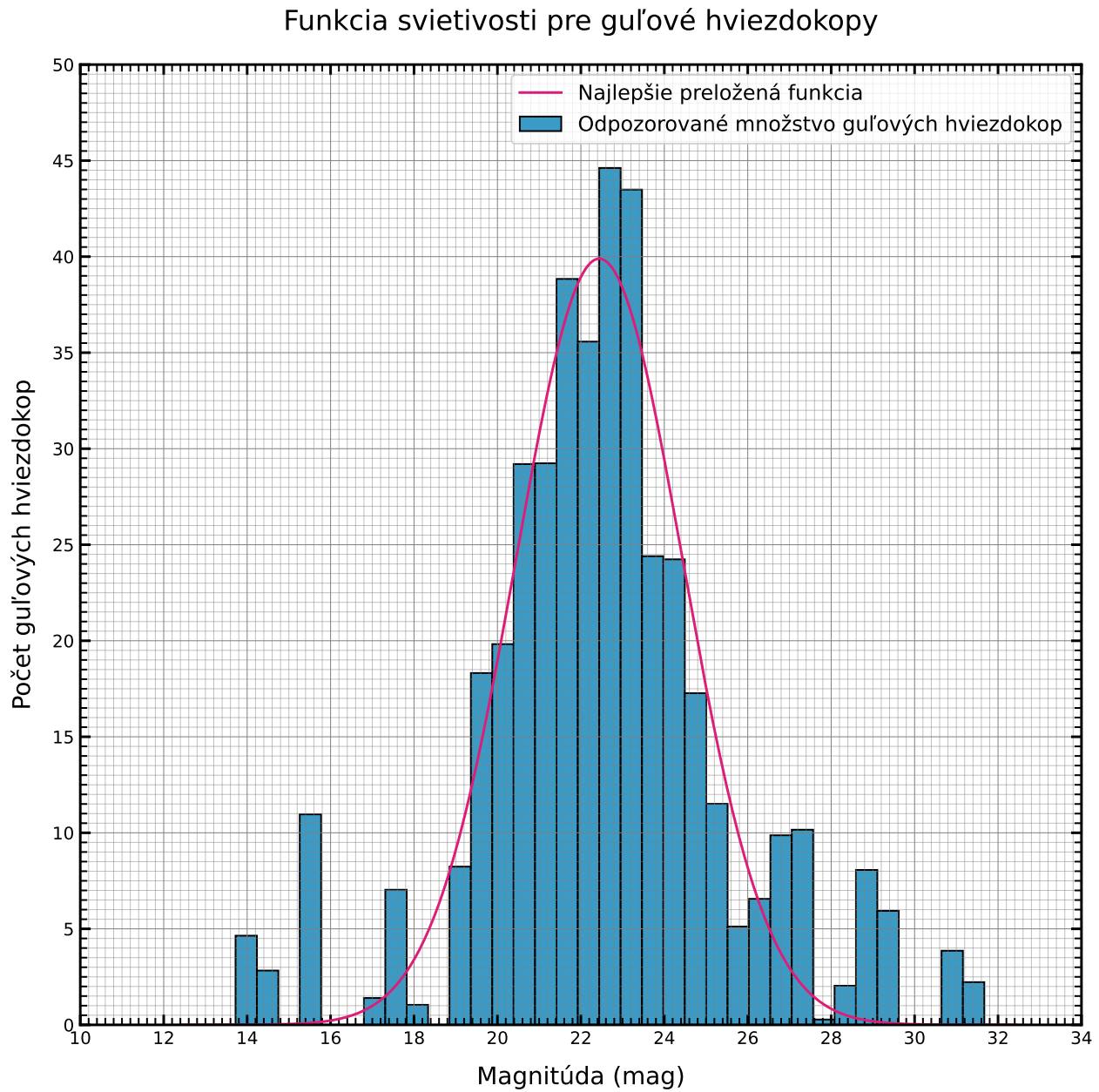
Obr. D2.1: Nákres ilustračného grafu a jeho fitu funkciou svietivosti pre planetárne hmloviny.



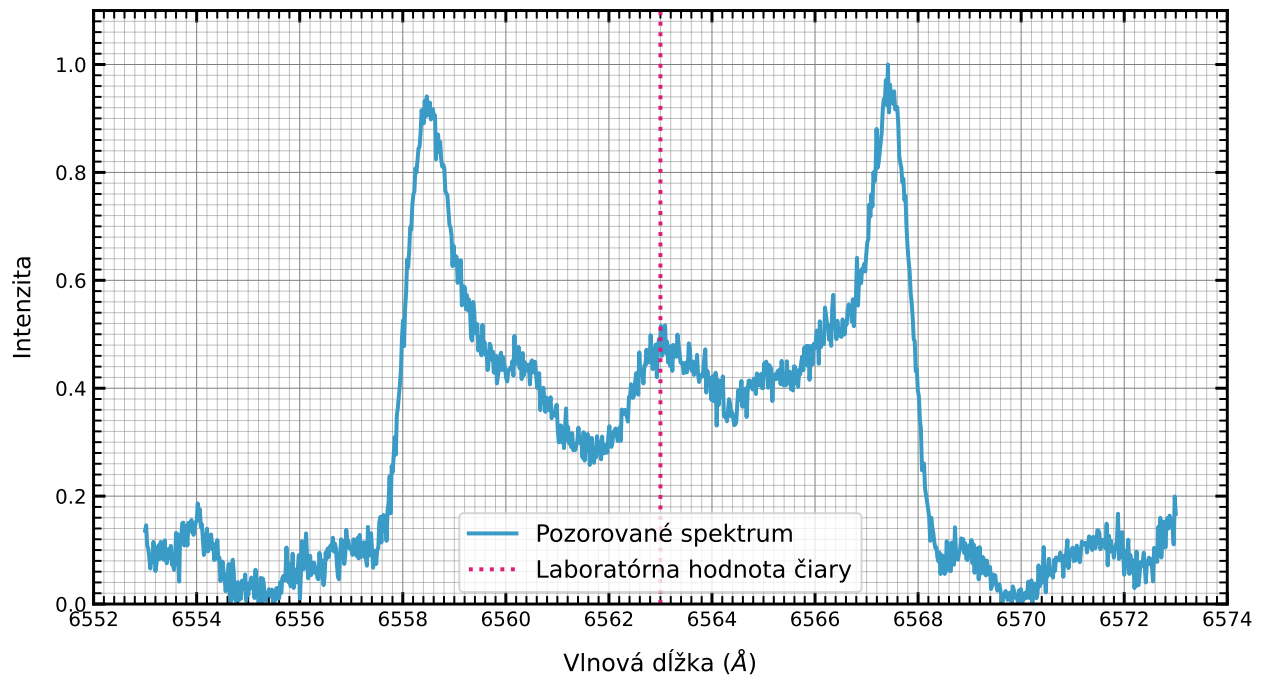
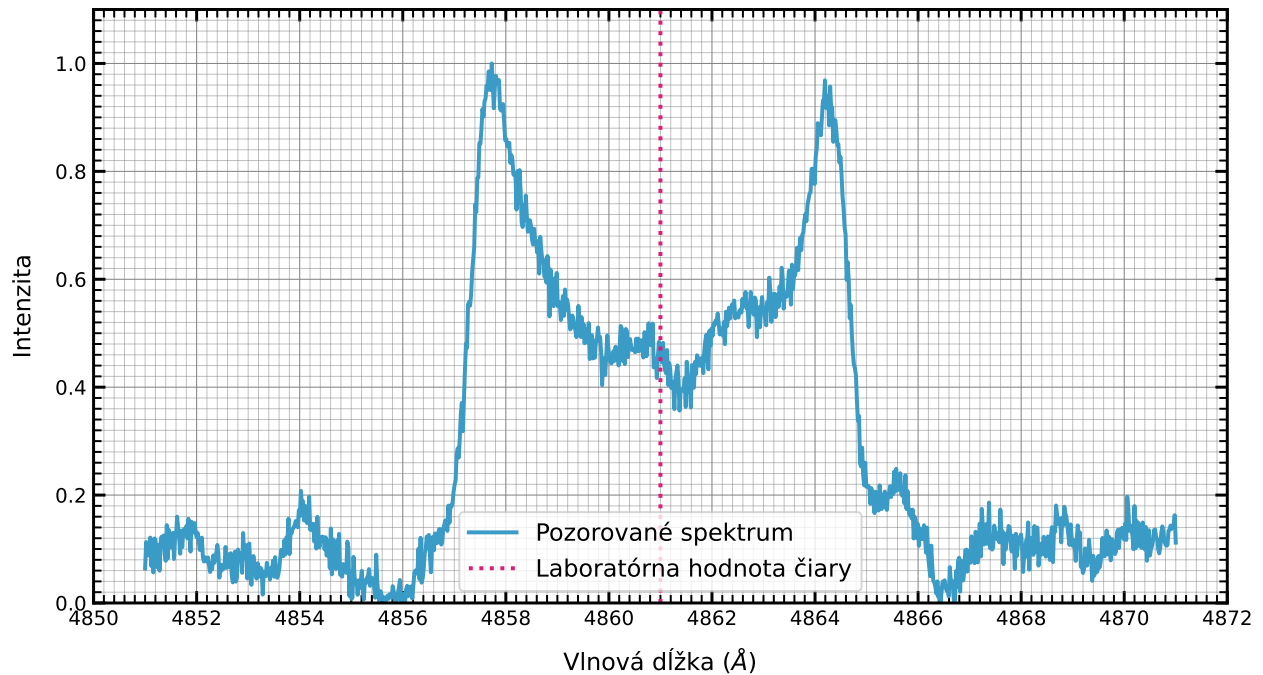
Obr. D2.2: Náčrt ako vyzerá rozštiepená spektrálna čiara. Toto rozštiepenie je spôsobené heterogénnym Dopplerovým posunom v rámci rotujúceho disku. Spektrum je už opravené o vlastný pohyb galaxie

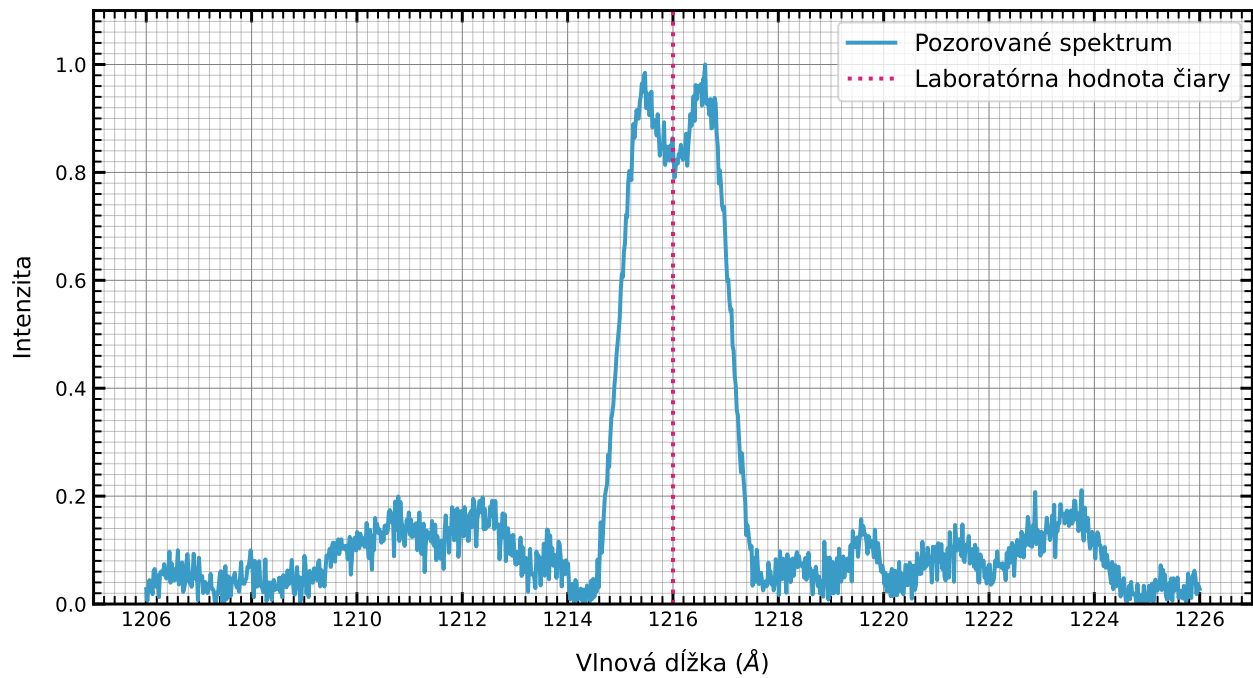


Obr. D2.3: Nákres ako by mal vyzeráť graf pozorovanej rýchlosti rotácie od polohy pre megamaser. Oblasť disku je tá, kde sa rýchlosť vyvíja lineárne. Mimo disku sa vyvíja približne ako prevrátená hodnota polohy.

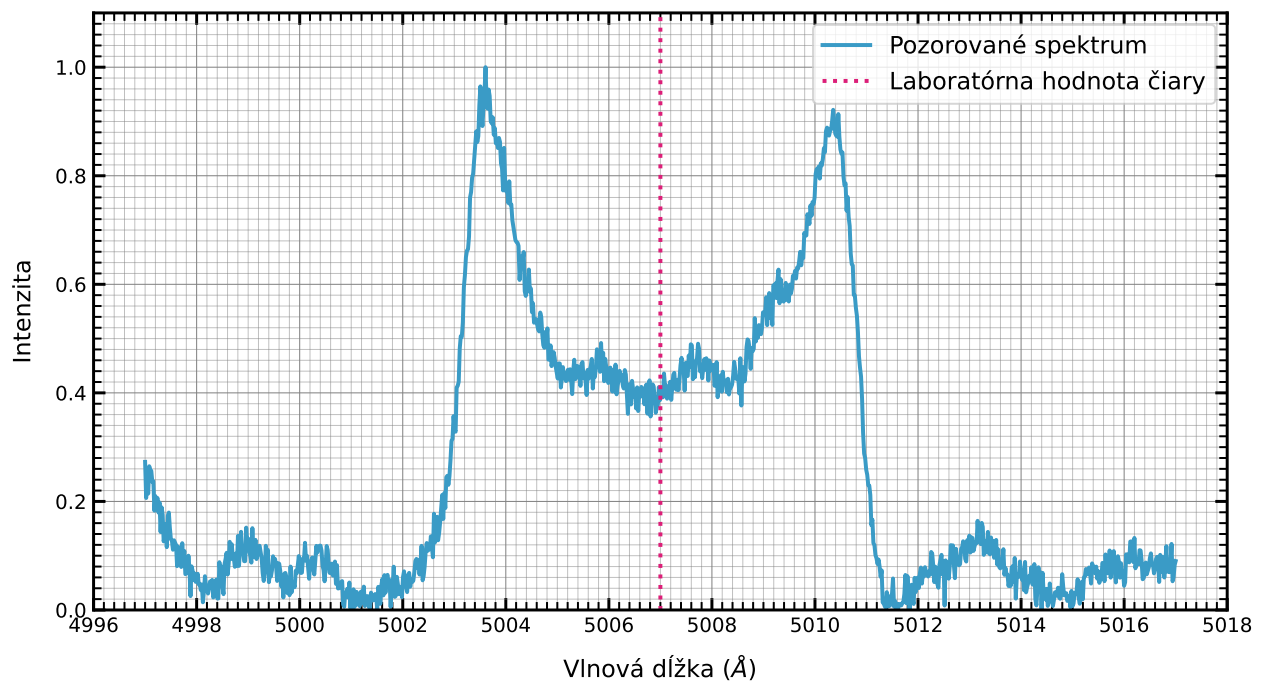


Obr. D2.4: Graf početnosti guľových hviezdokôp v závislosti od zdanlivej magnitúdy. Zároveň sú dáta už pre vaše pohodlie preložené najlepšie vyhovujúcim fitom.

Rozštiepenie emisnej čiary danej galaxie na čiare $H\alpha$ Obr. D2.5: Namerané spektrum okolo čiary $H\alpha$.Rozštiepenie emisnej čiary danej galaxie na čiare $H\beta$ Obr. D2.6: Namerané spektrum okolo čiary $H\beta$.

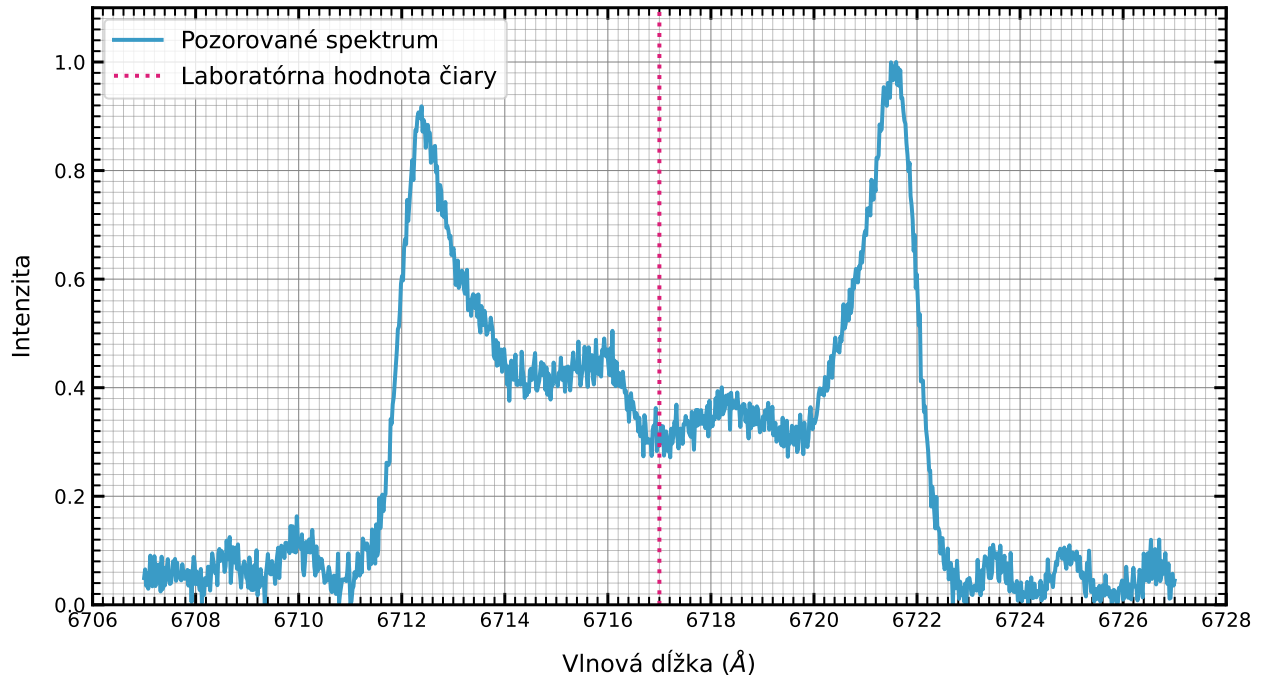
Rozštiepenie emisnej čiary danej galaxie na čiary $L\alpha$ Obr. D2.7: Namerané spektrum okolo čiary $L\alpha$.

Rozštiepenie emisnej čiary danej galaxie na čiary [O III]



Obr. D2.8: Namerané spektrum okolo čiary [OIII].

Rozštiepenie emisnej čiary danej galaxie na čiary [S II]



Obr. D2.9: Namerané spektrum okolo čiary [SII].



Obr. D2.10: Fotka galaxie.