

VZOROVÉ RIEŠENIA

Astronomickej olympiády 2025

Kolo: domáce kolo Kategória: základná škola

1 Plutoniáda (45b)	2
2 Leonidy (50b)	3
3 Hviezdny Mesiac (45b)	4
4 Veľké americké zatmenie, ZŠ (60b)	5
5 Veľkosť Slnka (100b)	6
Zoznam konštánt	8

Dokopy bolo možné získať **300b**.

Zverejnené 12. 02. 2025.

Tento dokument je možné voľne distribuovať nekomerčným spôsobom pre vzdelávacie účely s uvedením zdroja.

Astronomická olympiáda je vedomostná súťaž pre študentov základných a stredných škôl organizovaná na Slovensku už 19-ty rok. Jej cieľom je vzdelávanie v oblasti astronómie a astrofyziky, a výber reprezentantov na Medzinárodnú olympiádu z astronómie a astrofyziky.

Všetky ďalšie dôležité informácie o Astronomickej olympiáde nájdete na stránke www.aosk.sk.

V prípade ľubovoľných otázok nás neváhajte kontaktovať prostredníctvom emailu ao@aosk.sk.



Slovenská ústredná hvezdáreň
v Hurbanove



*Slovenská
Astronomická
Spoločnosť*
pri Slovenskej akadémii vied

Súťaž vyhlasuje Slovenská ústredná hvezdáreň Hurbanovo v spolupráci so SAS pri SAV, s hvezdárňami a planetáriami, astronomickými kabinetmi, osvetovými strediskami, centrami voľného času a regionálnymi kultúrnymi centrami.

1 Plutoniáda

(45b, autor: Samuel Amrich)

V neďalekej budúcnosti sa rozhodli osadníci na Plute usporiadať svoju vlastnú olympiádu. Hoci športov, v ktorých sa súťaží je mnoho, všetci sa najviac tešia na hod oštepom. Všetci totiž dúfajú, že padne neporaziteľný rekord. Akou najmenšou rýchlosťou musíme hodiť oštep, aby nikdy nedopadol naspäť na Pluto a natrvalo ostal okolo neho obiehať po kruhovej dráhe? Pluto si predstavujte ako guľu s polomerom R_P a hmotnosťou M_P . Hádzeme priamo z povrchu Pluta a rovnobežne s jeho povrchom.

Ak chceme, aby oštep nikdy nedopadol naspäť na povrch, musíme ho hodiť takou rýchlosťou, aby obiehal okolo Pluta po kruhovej dráhe. V takom prípade sa príťažlivá sila Pluta, spôsobená gravitáciou, vyrovná s odstredivou silou, vyvolanou pohybom po kružnici. Pre gravitačnú silu platí vzťah

$$F_G = \frac{GM_P m}{R_P^2}, \quad (1.1)$$

a pre odstredivú silu platí vzťah

$$F_O = \frac{mv_I^2}{R_P}. \quad (1.2)$$

Kde M_P , G a R_P si vieme nájsť na internete, m je hmotnosť oštepu a v_I je naša hľadaná rýchlosť. Na plný počet bodov úplne postačuje mať výsledný všeobecný vzorec bez dosadených hodnôt. Keďže požadujeme, aby sa sily vyrovnali, požadujeme $F_G = F_O$, čo po rozpísaní vyzerá nasledovne

$$\frac{GM_P m}{R_P^2} = \frac{mv_I^2}{R_P}. \quad (1.3)$$

Urobíme jednoduchú aritmetickú úpravu a to, že na oboch stranách škrtujeme m , čo je pre nás výhodné, keďže sme ho nepoznali a zároveň škrtujeme jedno R_P . Po úpravách teda bude vzorec vyzeráť nasledovne.

$$\frac{GM_P}{R_P} = v_I^2. \quad (1.4)$$

Teraz máme našu hľadanú rýchlosť osamotenú na jednej strane, takže nám stačí výraz iba odmocniť.

$$v_I = \sqrt{\frac{GM_P}{R_P}} \approx 857 \text{ m s}^{-1}. \quad (1.5)$$

Čo je náš hľadaný výsledok. Dôvod prečo sme písali všade v_I je, že náš výsledok je označovaný aj ako prvá kozmická rýchlosť.

2 Leonidy

(50b, autor: Terézia Hanáková)

V noci z 12. na 13. novembra 1833 boli obyvatelia Severnej Ameriky svedkami jednej z najsilnejších zaznamenaných meteorických búrok roja Leonidy, ktorý spôsobuje kométa 55P/Tempel-Tuttle. Odhaduje sa, že na radaroch by počas tejto noci bolo zachytených až 200 000 meteorov. Pozorovateľ však dokázal pozorovať len meteory jasnejšie ako 5 mag.

- (a) [15 b] Vypočítajte hodinovú frekvenciu meteorov na radaroch, ak noc trvala 8 hodín. Pre zjednodušenie uvažujte, že počas celej noci sa radiant nachádzal v zenite.
- (b) [20 b] Určte koľko meteorov videl pozorovateľ za hodinu svojho pozorovania, ak sa díval na štvrtinu oblohy. Meteory menej jasné ako 5 mag tvorili 30% zo všetkých zachytených meteorov na radaroch.
- (c) [15 b] Mohla by niekde na Zemi nastať situácia, že by sa radiant hypotetického meteorického roja nachádzal celú noc v zenite? Ak áno, za akých okolností? Zanedbajte pohyb radiantu medzi hviezdami.

(a) Noc trvala 8 hodín, počas ktorých radar zachytil 200 000 meteorov. Hodinová frekvencia meteorov na radaroch preto bola

$$\frac{200\,000}{8} = 25\,000 \text{ meteorov za hodinu.} \quad (2.1)$$

(b) Pozorovateľ videl presne štvrtinu oblohy a 70% meteorov. Číže

$$\frac{1}{4} \cdot 0,7 \cdot 25\,000 = 4375 \text{ meteorov.} \quad (2.2)$$

(c) Áno, mohla by nastať situácia, že radiant sa počas celej noci nachádza v zenite. To sa deje práve vtedy, keď sa nachádzame na severnom či južnom póle, pre hypotetický meteorický roj s radiantom v odpovedajúcom nebeskom svetovom póle.

Teda napríklad pre severný pól (zemepisnú šírku 90°) musí byť radiant blízko hviezdy Polárky. Potom ak zanedbáme pohyb radiantu medzi hviezdami (ktorý je približne 1° za deň), tak radiant bude celú noc v zenite, pretože nebeský pól sa nachádza stále na tom istom mieste, ktoré je pre severným pól práve zenitom.

3 Hviezdny Mesiac

(45b, autor: Samuel Amrich)

Skupinka inžinierov sa rozhodla, že Mesiac už nie je ďalej zaujímavé vesmírne teleso. Preto sa dohodli na postavení zariadenia na orbite, ktoré bude zachytávať všetko svetlo z Mesiaca, a bude ho následne premietat ako veľké množstvo svietiacich bodiek, umelých hviezd. To by malo pre všetkých pozorovateľov na Zemi za následok, že namiesto Mesiaca by videli iba veľké množstvo nových hviezd. Ak predpokladáme, že Mesiac má magnitúdu $m_{\zeta} = -10$ mag, a že vytvárame jasné hviezdy s magnitúdou 0 mag, koľko takýchto hviezd vieme vytvoriť?

K riešeniu sa dá pristúpiť dvojako. Buď jednoduchou úvahou alebo za pomoci vzorcov.

Najprv úvahou. O magnitúdach vieme, že posun o päť magnitúd je zjasnenie stonásobne. Keďže náš Mesiac je v zadaní o desať magnitúd jasnejší ako hviezdy, ktoré chceme vytvoriť, tak to predstavuje nárast jasnosti $100 \cdot 100$, teda 10 000 násobne. Z toho je vidieť, že zo všetkého mesačného svetla dokážeme vytvoriť až 10 000 jasných hviezd.

Ak si chceme náš výsledok potvrdiť aj za pomoci vzorcov, musíme si napísať Pogsonovu rovnicu

$$m_{\zeta} - m = -2,5 \log\left(\frac{F_{\zeta}}{F}\right), \quad (3.1)$$

ktorú predelíme číslom $-2,5$ do podoby

$$\frac{m_{\zeta} - m}{-2,5} = \log\left(\frac{F_{\zeta}}{F}\right). \quad (3.2)$$

Pred nami teraz stojí úloha zbaviť sa logaritmu. Správime to tak, že vložíme obe strany rovnice do exponentu čísla 10, pretože 10 je základ (dekadického) logaritmu $\log$,

$$10^{\left(\frac{m_{\zeta} - m}{-2,5}\right)} = 10^{\left(\log\left(\frac{F_{\zeta}}{F}\right)\right)}. \quad (3.3)$$

Dôvod prečo sme to spravili, je ten, že funkcia $10^{(\dots)}$ je inverzná (opačná) funkcia k logaritmu. To znamená, že sa $10^{(\dots)}$ a $\log(\dots)$ na pravej strane navzájom vyrušia, teda $10^{\log(\dots)} = (\dots)$. To nám umožní „zbaviť“ sa logaritmu a vyjadriť pomer tokov

$$10^{\left(\frac{m_{\zeta} - m}{-2,5}\right)} = \frac{F_{\zeta}}{F} \quad \Rightarrow \quad \frac{F_{\zeta}}{F} = 10\,000. \quad (3.4)$$

Takže vidíme, že tok z Mesiaca je 10 000-krát väčší ako z jednej hviezdy s 0 mag, teda ich potrebujeme 10 000.

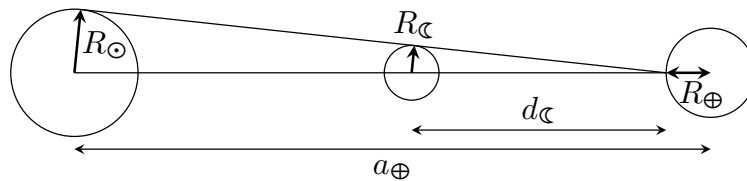
4 Velké americké zatmenie, ZŠ

(60b, autor: Jana Švrčková)

8. apríla 2024 bolo možné na americkom kontinente pozorovať úplné zatmenie Slnka. Do USA vtedy za zatmením cestovala aj skupina astronómov z Astronomického klubu Bratislava, ktorej súčasťou bolo aj niekoľko bývalých riešiteľov AO. Popri ceste sa zamýšľali nad tým, ako najďalej od Zeme môže byť Mesiac, aby sa aspoň na jednom mieste na Zemi ešte dalo pozorovať úplné zatmenie Slnka.

Vašou úlohou je vypočítať túto maximálnu vzdialenosť stredu Mesiaca od stredu Zeme za predpokladu, že Zem obieha okolo Slnka po kruhovej dráhe. Uvažujte, že spomínané nebeské telesá majú guľový tvar. Nezabudnite na to, že pozorovateľ stojí na povrchu Zeme.

Najskôr je potrebné si uvedomiť, na ktorom mieste na Zemi by sa dalo úplné zatmenie pozorovať, ak by Mesiac bol v maximálnej vzdialenosti prípustnej pre úplné zatmenie. Mesiac je ďaleko, preto pozorovateľ musí byť k nemu čo najbližšie, aby sa mu Mesiac javil čo najväčší v porovnaní so Slnkom. Hraničná situácia nastane práve vtedy, keď sa pozorovateľ nachádza na zemskom rovníku na spojnici stredu Zeme so Slnkom a Mesiac má z jeho pohľadu presne rovnakú uhlovú veľkosť ako Slnko. Keďže sa jedná o úplné zatmenie, stred Slnka, stred Mesiaca a pozorovateľ sa musia nachádzať na jednej priamke.



Obr. 4.1: Geometria úplného zatmenia Slnka pri maximálnej vzdialenosti stredu Mesiaca od stredu Zeme.

Pri riešení tejto úlohy je dôležité si nakresliť dobrý obrázok. Na obr. 4.1 je veľká polos $a_{\oplus}$ vzdialenosť od stredu Slnka po stred Zeme, zatiaľ čo d_{ζ} je vzdialenosť stredu Mesiaca od pozorovateľa na zemskom rovníku. Vieme, že uhlová veľkosť Slnka a Mesiaca je rovnaká, vďaka tomu môžeme využiť podobnosť trojuholníkov. Platí

$$\frac{R_{\odot}}{a_{\oplus} - R_{\oplus}} = \frac{R_{\zeta}}{d_{\zeta}}. \quad (4.1)$$

Polomer Zeme je veľmi malý v porovnaní so vzdialenosťou Zeme od Slnka, preto by nevadilo, ak by sme ho v našom výpočte zanedbali. Zo vzorca (4.1) vyššie vyjadríme d_{ζ}

$$d_{\zeta} = \frac{R_{\zeta}}{R_{\odot}}(a_{\oplus} - R_{\oplus}) \approx 3,735 \cdot 10^8 \text{ m}. \quad (4.2)$$

Aby sme dostali vzdialenosť stredu Mesiaca od stredu Zeme x_{ζ} , musíme k d_{ζ} ešte pripočítať polomer Zeme

$$x_{\zeta} = d_{\zeta} + R_{\oplus} \approx 3,799 \cdot 10^8 \text{ m}. \quad (4.3)$$

5 Veľkosť Slnka

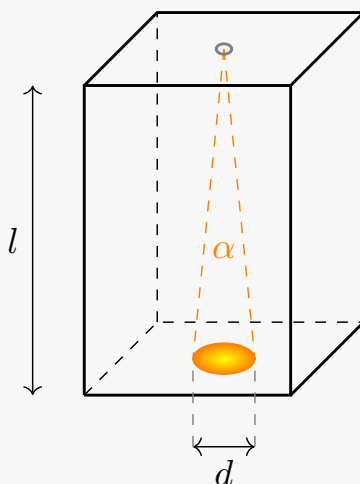
(100b, autor: Samuel Amrich)

V tejto praktickej úlohe sa pokúsime za pomoci zopár jednoduchých nástrojov odmerať reálnu veľkosť Slnka. Hoci naše meranie bude bezpečné, je dobré mať na pamäti, že nikdy sa nepozeráme do Slnka priamo. Už krátky pohľad priamo do Slnka bez dostatočnej ochrany môže byť pre zrak riskantný. Preto je nutné riadiť sa čo najpresnejšie postupom.

Pre naše meranie si postavíme dierkovú komoru (z latinčiny známa aj ako *camera obscura*, v preklade temná komora). Naša camera obscura nemusí byť ani veľká, ani úplne temná. Ideálne si nájdeme väčšiu, podlhovastú krabicu, z ktorej odstránime bočnú stenu. Najdlhšia strana nech je aspoň 30 cm dlhá, ale čím viac, tým lepšie. Do jednej z menších stien urobíme malý otvor s veľkosťou len pár centimetrov. Cez tento otvor preložíme jednu vrstvu alobalu. Do tohto alobalu urobíme za pomoci ihly naozaj malinký otvor, čím menší, tým lepšie. Na protiahlú stranu prilepíme biely kancelársky papier.

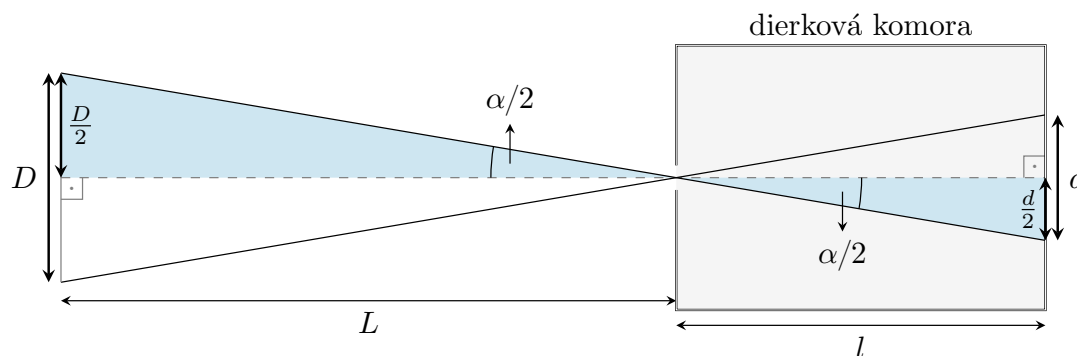
Teraz môžeme pristúpiť k samotnému meraniu. Našu camera obscura namierime malinkým otvorom na slnko. Na protiahlejšej strane (na bielom papieri) by sa mal objaviť obraz Slnka, tak ako je na obrázku 5.1. Nezlaknite sa, ak bude menší ako ste očakávali. Za pomoci pravítka, alebo inej meracej potreby, ako prvé odmerajte vzdialenosť dierky od obrazu Slnka l . Ako druhé odmerajte veľkosť Slnka na papieri d . Z nákresu je možné si všimnúť, že ak je dierka v hornej stene naozaj malá, potom sa nám tvorí trojuholník s uhlom α , ktorý viete vypočítať.

Z týchto údajov a zo znalosti, že vzdialenosť Zeme od Slnka je $L = 1 \text{ au} \approx 150\,000\,000 \text{ km}$ určíte reálnu veľkosť Slnka D . Môže sa vám hodiť znalosť, že uhol α je rovný uhlovej veľkosti Slnka na oblohe. Keďže sa jedná o praktickú úlohu, pokúste sa napísať postup vášho merania, prípadne pridajte fotodokumentáciu vašej aparatúry. Zároveň sa zamyslite a spíšte možné zdroje chýb vo vašom meraní, ako mohli ovplyvniť výsledok a ako by sa dali odstrániť.



Obr. 5.1: Nákres s označením veličín, ako môže camera obscura vyzeráť.

Pre praktickú úlohu, kde je súčasťou riešenia aj tvorba samotnej aparatury, je zložité napísať jedno konkrétne riešenie. Preto si predstavme, že máme všetko odmerané našou hypotetickou aparaturou, ktorá má veľkosť $l = 30$ cm a odmerali sme veľkosť Slnka na papieri na $d = 0,3$ cm. Teraz si potrebujeme odvodiť vzťah pre reálnu veľkosť Slnka. Keď si celý problém nakreslíme,



Obr. 5.2: Schematický náčrt (nie v reálnej mierke) zobrazujúci ako sa Slnko premieta cez dierku do našej temnej komory. Slúži nám najmä na uvedenie si geometrie problému.

vidíme v ňom dva modro vyznačené pravouhlé trojuholníky, ktoré majú všetky tri uhly rovnaké. Túto úlohu vieme riešiť dvojicou spôsobov. Prvý je cez goniometrické funkcie, ktoré môžu byť náročnejšie na prácu. Druhý je cez podobnosť modrých trojuholníkov. Takto vieme, že

$$\frac{D/2}{L} = \frac{d/2}{l}. \quad (5.1)$$

Čo sa dá jednoducho upraviť na

$$\frac{D}{L} = \frac{d}{l}. \quad (5.2)$$

Keďže D je neznáma, ktorú hľadáme, potrebujeme si ju osamostatniť na jednej strane

$$D = \frac{d}{l} \cdot L = 1\,500\,000 \text{ km}. \quad (5.3)$$

Reálna hodnota je 1 391 400 km. Naš výsledok teda na pomery jednoduchosti merania, usku- točneného len za pomoci krabice a pravítka, nie je ďaleko od pravdy.

Zdroje chýb, ktoré môžu ovplyvniť naše meranie pochádzajú zo samotného pravítka, ktoré pou- žívame. Ďalej z prípadných pohybov atmosféry, ktoré chvejú obrazom Slnka, ako aj z podstaty, že na premietanie Slnka používame dierku, ktorá má svoj rozmer, a tak mierne ovplyvňuje aj veľkosť obrazu Slnka.

Zoznam konštánt (ZŠ)

Základné konštanty

rýchlosť svetla vo vákuu	$c = 299\,792\,458\,\text{m s}^{-1}$
gravitačná konštanta	$G = 6,674 \cdot 10^{-11}\,\text{m}^3\,\text{kg}^{-1}\,\text{s}^{-2}$
elementárny elektrický náboj	$e = 1,602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$
Stefanova-Boltzmannova konštanta	$\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8}\,\text{W m}^{-2}\,\text{K}^{-4}$
Wienova posunovacia konštanta	$b = 2,898 \cdot 10^{-3}\,\text{m K}$
Hubble-Lemaîtreova konštanta	$H_0 = 70\,\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$

Astronomické jednotky

stredný slnečný deň	deň = 24 h
siderický (hviezdny) deň	deň ^(sid) = 23 h 56 min 4,1 s
juliánsky rok	rok = 365,25 dní
astronomická jednotka	au = 149 597 870 700 m
svetelný rok	ly = 63 241 au
parsek	pc = 3,262 ly

Slnečná sústava

polomer Slnka	$R_{\odot} = 6,957 \cdot 10^8\,\text{m}$
hmotnosť Slnka	$M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{30}\,\text{kg}$
svietivosť (žiarivý výkon) Slnka	$L_{\odot} = 3,828 \cdot 10^{26}\,\text{W}$
povrchová (efektívna) teplota Slnka	$T_{\odot} = 5772\,\text{K}$
zdanlivá magnitúda Slnka	$m_{\odot} = -26,74\,\text{mag}$
absolútna magnitúda Slnka	$M_{\odot}^{(\text{mag})} = 4,83\,\text{mag}$
polomer Mesiaca	$R_{\text{L}} = 1737\,\text{km}$
hmotnosť Mesiaca	$M_{\text{L}} = 7,4377 \cdot 10^{22}\,\text{kg}$
veľká poloos dráhy Mesiaca	$a_{\text{L}} = 3,844 \cdot 10^8\,\text{m}$
siderická obežná doba Mesiaca	$P_{\text{L,si}} = 27,32\,\text{dní}$
synodická obežná doba Mesiaca	$P_{\text{L,sy}} = 29,53\,\text{dní}$

planéta	polomer	hmotnosť	veľká polos dráhy
Merkúr	$R_{\text{M}} = 2440\,\text{km}$	$M_{\text{M}} = 3,3022 \cdot 10^{23}\,\text{kg}$	$a_{\text{M}} = 0,387\,\text{au}$
Venuša	$R_{\text{V}} = 6052\,\text{km}$	$M_{\text{V}} = 4,8673 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$	$a_{\text{V}} = 0,723\,\text{au}$
Zem	$R_{\oplus} = 6378\,\text{km}$	$M_{\oplus} = 5,9736 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$	$a_{\oplus} = 1\,\text{au}$
Mars	$R_{\text{S}} = 3393\,\text{km}$	$M_{\text{S}} = 6,4169 \cdot 10^{23}\,\text{kg}$	$a_{\text{S}} = 1,524\,\text{au}$
Jupiter	$R_{\text{J}} = 69\,911\,\text{km}$	$M_{\text{J}} = 1,8981 \cdot 10^{27}\,\text{kg}$	$a_{\text{J}} = 5,204\,\text{au}$
Saturn	$R_{\text{S}} = 58\,232\,\text{km}$	$M_{\text{S}} = 5,6834 \cdot 10^{26}\,\text{kg}$	$a_{\text{S}} = 9,583\,\text{au}$
Urán	$R_{\text{U}} = 25\,362\,\text{km}$	$M_{\text{U}} = 8,6810 \cdot 10^{25}\,\text{kg}$	$a_{\text{U}} = 19,191\,\text{au}$
Neptún	$R_{\text{N}} = 24\,764\,\text{km}$	$M_{\text{N}} = 1,0241 \cdot 10^{26}\,\text{kg}$	$a_{\text{N}} = 30,07\,\text{au}$