

Astronomická olympiáda 2024

Kolo: domáce kolo
Kategória: **stredná škola**

Dátum zverejnenia: 15. 1. 2024
Dátum odovzdania: **15. 3. 2024**

- Každý príklad riešte na *samostatný* list papiera.
Do hlavičky uveďte: číslo príkladu, vaše meno, adresu, dátum narodenia, emailovú adresu a názov školy.
- Vaše riešenia popíšte aj *slovne*, nielen matematicky.
- Pri výpočtoch použite hodnoty konštánt, jednotiek a veličín uvedených v konštantovníku *na poslednej strane*. Upozorňujeme, že nie všetky konštanty sú potrebné.
- Písať môžete elektronicky alebo rukou a papiere naskenovať. Súborny zasielajte na email **ao@aosk.sk**.



Slovenská ústredná hviezdáreň
v Hurbanove

**Slovenská
Astronomická
Spoločnosť**
pri Slovenskej akadémii vied

1 Let do galaxie v Andromede (100 b, autor: Samuel Amrich)

Predstavte si hypotetickú situáciu, že letíte z našej galaxie, Mliečnej cesty, do galaxie v Andromede (M 31). Vzdialenosť medzi nimi je $D = 2,54 \text{ Mly} = 765 \text{ kpc}$. V jednom momente sa budú galaxie javiť rovnako jasné. Vypočítajte vzdialenosť r_{MW} od Mliečnej cesty, v ktorej sa to udeje, ako aj hviezdnu veľkosť m , ktorú budú mať dané galaxie v tejto vzdialenosti. Počet hviezd v Mliečnej ceste je $n_{\text{MW}} = 10^{11}$ a počet hviezd v galaxii M 31 je $n_{\text{And}} = 2 \cdot 10^{11}$.

Predpokladajte, že v oboch galaxiách sa nachádzajú iba hviezdy slnečného typu. Zanedbajte medzihviezdnu extinkciu (absorpciu).

2 Liptovská Mara (100 b, autor: Samuel Buranský)

Počas roka dochádza na Zemi k striedaniu ročných období. Dôvodom je naklonenie roviny zemského rovníka o uhol $\varepsilon = 23,4^\circ$ voči rovine ekliptiky. To spôsobuje, že na dané miesto na Zemi dopadá v rôzne dni rôzne množstvo žiarivej energie zo Slnka. Vypočítajte pomer žiarivých energií zo Slnka, ktoré dopadnú na celú plochu Liptovskej Mary za 1 s na pravé poludnie v deň letného a zimného slnovratu. Poloha Liptovskej Mary je $49,1^\circ \text{ N}$, $19,5^\circ \text{ E}$ a plocha $A = 27 \text{ km}^2$.

Predpokladajte kruhovú dráhu Zeme okolo Slnka a zanedbajte vplyv atmosféry. Pre prípadné medzivýpočty môžete využiť slnečnú konštantu, ktorej hodnota je uvedená v zozname konštánt. Slnečná konštantka predstavuje množstvo energie, ktoré prejde za 1 s plochou 1 m^2 orientovanou kolmo na slnečné lúče vo vzdialenosti 1 au od Slnka bez extinkcie (absorpcie).

3 Vesmírny výťah

(100 b, autor: Michal Zummer)

V roku 2156 obyvatelia Marsu využívali na obchodovanie so Zemou vesmírny výťah. Po tom, ako na Marse vypukla občianska vojna, separatisti vyviedli výťah z orbity a on spadol na povrch Marsu.

Vesmírny výťah je koncept dopravného prostriedku na presun z povrchu planéty na obežnú dráhu. Na každý bod výťahu pôsobí tiažové zrýchlenie planéty a odstredivá sila, pričom celkové zrýchlenie pôsobiace na lano výťahu v určitom bode možno definovať ako

$$a = -\frac{GM}{r^2} + \omega^2 r, \quad (3.1)$$

kde M je hmotnosť planéty, r vzdialenosť od stredu a ω jej uhlová rýchlosť.

Dôležitý bod sa nachádza vo vzdialenosti synchrónnej (areostacionárnej) dráhy, kde teleso obieha planétu rovnakou uhlovou rýchlosťou ako jej rotácia, čo spôsobuje, že sa nachádza stále nad tým istým bodom povrchu planéty. Vzdialenosť výťahu od stredu planéty možno vypočítať podľa vzťahu

$$H = \frac{R}{2} \left(\sqrt{1 + 8 \left(\frac{R_s}{R} \right)^3} - 1 \right), \quad (3.2)$$

kde R_s je vzdialenosť synchrónnej dráhy od stredu planéty a R polomer planéty. Ak sa výťahová kapsula nachádza pod týmto bodom, bude urýchľovaná smerom k povrchu planéty, zatiaľ čo nad týmto bodom bude kapsula výťahu urýchľovaná smerom od planéty.

- Vypočítajte, koľkokrát obtočilo lano výťahu planétu, kým dopadol celý. Uvedte s presnosťou na 1 desatinné miesto.
- Závisí počet obtočení lana okolo planéty na jej polomere?

4 Henrietta Swan Leavittová

(100 b, autor: Samuel Amrich)

V roku 1912 došlo k veľkému objavu v astronómii. Henrietta Swan Leavittová (1868 – 1921), ktorá v tej dobe pracovala ako „počítač“ a astronómka na Harvardovej univerzite, našla závislosť medzi jasnosťou a periódou oscilácie jasnosti jednej skupiny premenných hviezd, ktoré dnes nazývame cefeidy.

Tabulka 4.1: Merania magnitúdy m a periódy P vybraných hviezd typu cefeida.

Index	Harvardské číslo	m (mag)	P (dni)
1	1505	14,8	1,25336
2	1436	14,8	1,66370
3	1446	14,8	1,76200
4	1506	15,1	1,87505
5	1413	14,7	2,17352
6	1460	14,4	2,91300
7	1422	14,7	3,50100
8	842	14,3	4,28970
9	1425	14,3	4,54700
10	1742	14,3	4,98660
11	1646	14,4	5,31100
12	1649	14,3	5,32300
13	1492	13,8	6,29260
14	1400	14,1	6,65000
15	1355	14,0	7,48300
16	1374	13,9	8,39700
17	818	13,6	10,33600
18	1610	13,4	11,64500
19	1365	13,8	12,41700
20	1351	13,4	13,08000
21	827	13,4	13,47000
22	822	13,0	16,75000
23	823	12,2	31,94000
24	824	11,4	65,80000
25	821	11,2	127,00000

Uvedomila si, že ak do grafu vynesie na vodorovnú os logaritmus periódy oscilácie P a na zvislú os magnitúdu m , tak sa všetky body budú nachádzať približne na priamke. Inými slovami, existuje lineárna závislosť medzi $\log(P)$ a m , ktorú dnes voláme *vzťah perióda-svietivosť* (v angličtine *Leavitt law*). Vašou úlohou je zreprodukovat Leavittovej postup a nájsť hodnotu konštánt A , B vo funkcii

$$m = A \log(P) + B. \quad (4.1)$$

Všetky potrebné hodnoty sa nachádzajú v tabulke 4.1. Keďže sa pozorované hviezdy nachádzajú v rovnakej hviezdokope, je možné predpokladať, že ich vzdialenosť od nás je rovnaká.

Úlohu riešte iba pomocou ručného vynášania bodov do grafu na milimetrový papier a neprogramovateľnej kalkulačky. Pod riešením sa rozumie ručné nakreslenie grafu na milimetrový papier aj s trendovou spojnicou (popísanou v tomto prípade funkciou 4.1), ktorá sa určuje priamo z bodov na papieri, tak ako je to zvykom na medzinárodnom kole.

Ak ste doteraz nemali skúsenosť s dátovou analýzou a neviete kde začať, tak sa pozrite na stránku www.datova-analyza.aosk.eu.

5 Pozorovanie preletu ISS (100 b, autor: S. Amrich a R. Lascsák)

Niektoré astronomické merania sú kritické na množstvo informácií, ktoré je potrebné odmerať v krátkom časovom intervale. Vašou úlohou bude práve jedno takéto meranie uskutočniť. Konkrétne to bude sledovanie preletu Medzinárodnej vesmírnej stanice (ISS).

- (a) Nájdite pomocou online nástroja (ako napríklad <https://www.heavens-above.com/>) čas vyhovujúci pre vaše miesto, kedy budete schopní pozorovať prelet ISS. V odpovedi nezapodnajte zapísať zemepisnú polohu a dátum pozorovania.
- (b) Rozmyslite si a popíšte ako budete merať alebo odhadovať nasledovné veličiny ISS.
- Azimut východu
 - Čas východu
 - Maximálna výška nad obzorom
 - Čas kulminácie
 - Azimut západu
 - Čas západu
 - Maximálna jasnosť
 - Čas nad obzorom
- (c) Vykonaňte meranie, prípravu fotodokumentujte a spíšte výsledky aj s odhadmi chýb.

Zoznam konštánt

Základné konštanty

Rýchlosť svetla vo vákuu	$c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$
Gravitačná konštanta	$G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Elementárny elektrický náboj	$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Planckova konštanta	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Boltzmannova konštanta	$k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Stefan-Boltzmannova konštanta	$\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Wienova posunovacia konštanta	$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$
Hubbleova konštanta	$H_0 = 73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

Astronomické jednotky a veličiny

1 deň (stredný slnečný)	= 24 h
1 siderický deň	= 23 ^h 56 ^{min} 4,1 ^s
1 siderický rok	= 365,2564 dní
1 astronomická jednotka	au = 149 597 870 700 m
1 svetelný rok	ly = 63 241 au
1 parsek	pc = 3,262 ly
1 jansky	Jy = 10 ⁻²⁶ W m ⁻² Hz ⁻¹
Hmotnosť Slnka	$M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
Polomer Slnka	$R_{\odot} = 6,957 \cdot 10^8 \text{ m}$
Svietivosť (žiarivý výkon) Slnka	$L_{\odot} = 3,828 \cdot 10^{26} \text{ W}$
Slnečná konštanta	$k_{\odot} = 1361 \text{ W m}^{-2}$
Absolútna vizuálna magnitúda Slnka	$M_{\odot}^{\text{mag}} = 4,83 \text{ mag}$
Hmotnosť Marsu	$M_{\mars} = 6,417 \cdot 10^{23} \text{ kg}$
Polomer Marsu	$R_{\mars} = 3,393 \cdot 10^6 \text{ m}$
Siderická rotačná perióda Marsu	$T_{\mars} = 24^{\text{h}} 37^{\text{min}}$

Vzťahy pre sférický trojuholník

$$\frac{\sin a}{\sin \alpha} = \frac{\sin b}{\sin \beta} = \frac{\sin c}{\sin \gamma}$$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$$

$$\sin a \cos \beta = \cos b \sin \gamma - \sin b \cos c \cos \alpha$$

