Astronomická olympiáda 2024

Kolo: **domáce kolo** Kategória: **stredná škola**

Slovenská ústredná hvezdáreň v Hurbanove

AO SK

Slovenská Astronomická Spoločnosť pri Slovenskej akadémii vied

Vzorové riešenia $\sum$ 500b

1. Let do galaxie v Andromede (**100 b**, autor: Samuel Amrich)

Predstavte si hypotetickú situáciu, že letíte z našej galaxie, Mliečnej cesty, do galaxie v Andromede (M 31). Vzdialenosť medzi nimi je $D = 2{,}54\,\mathrm{Mly} = 765\,\mathrm{kpc}$. V jednom momente sa budú galaxie javiť rovnako jasné. Vypočítajte vzdialenosť r_{MW} od Mliečnej cesty, v ktorej sa to udeje, ako aj hviezdnu veľkosť m, ktorú budú mať dané galaxie v tejto vzdialenosti. Počet hviezd v Mliečnej ceste je $n_{\mathrm{MW}} = 10^{11}$ a počet hviezd v galaxii M 31 je $n_{\mathrm{And}} = 2 \cdot 10^{11}$.

Predpokladajte, že v oboch galaxiách sa nachádzajú iba hviezdy slnečného typu. Zanedbajte medzihviezdnu extinkciu (absorpciu).

Začneme zapísaním si, že v momente keď sa jasnosti Andromedy a Mliečnej cesty vyrovnajú, sme vo vzdialenosti r_{MW} od Mliečnej cesty a r_{And} od Andromedy. Keďže celková vzdialenosť medzi nimi je D, tak platí, že $D = r_{\mathrm{MW}} + r_{\mathrm{And}}$. Keďže sú toky F_{MW} a F_{And} vyrovnané, platí

$$F_{\mathrm{MW}} = F_{\mathrm{And}} \quad \Rightarrow \quad \frac{L_{\mathrm{MW}}}{S_{\mathrm{MW}}} = \frac{L_{\mathrm{And}}}{S_{\mathrm{And}}}\,. \tag{1.1}$$

Kde S_{MW} a S_{And} sú plochy sféry s polomerom r_{MW} a r_{And} respektívne, na ktoré sa výkon L_{MW} a L_{And} hviezdy rozkladá.

Keďže plocha sféry je $S = 4\pi r^2$, tak

$$\frac{L_{\mathrm{MW}}}{4\pi r_{\mathrm{MW}}^2} = \frac{L_{\mathrm{And}}}{4\pi r_{\mathrm{And}}^2}\,, \tag{1.2}$$

$$\frac{L_{\mathrm{MW}}}{r_{\mathrm{MW}}^2} = \frac{L_{\mathrm{And}}}{r_{\mathrm{And}}^2}\,, \tag{1.3}$$

$$\frac{L_{\mathrm{MW}}}{r_{\mathrm{MW}}^2} = \frac{L_{\mathrm{And}}}{(D - r_{\mathrm{MW}})^2}\,. \tag{1.4}$$

Zároveň vieme, aký je svetelný výkon galaxií, pretože je to len vynásobenie počtu hviezd s výkonom jednej hviezdy. Taktiež vďaka znalosti, že $n_{\mathrm{And}} = 2n_{\mathrm{MW}}$ bude výkon vyzerať nasledovne

$$\frac{n_{\mathrm{MW}} L_{\mathrm{Sun}}}{r_{\mathrm{MW}}^2} = \frac{n_{\mathrm{And}} L_{\mathrm{Sun}}}{(D - r_{\mathrm{MW}})^2}\,, \tag{1.5}$$

$$\frac{n_{\mathrm{MW}} L_{\mathrm{Sun}}}{r_{\mathrm{MW}}^2} = \frac{2n_{\mathrm{MW}} L_{\mathrm{Sun}}}{(D - r_{\mathrm{MW}})^2}\,, \tag{1.6}$$

$$\frac{1}{r_{\mathrm{MW}}^2} = \frac{2}{(D - r_{\mathrm{MW}})^2}\,. \tag{1.7}$$

Po roznásobení zátvorky a úprave zlomkov dostávame

$$D^2 - 2Dr_{\mathrm{MW}} + r_{\mathrm{MW}}^2 = 2r_{\mathrm{MW}}^2\,, \tag{1.8}$$

$$D^2 - 2Dr_{\mathrm{MW}} - r_{\mathrm{MW}}^2 = 0\,. \tag{1.9}$$

V čom jasne vieme identifikovať kvadratickú rovnicu, kde r_{MW} je premenná a D je konštanta. Všeobecné riešenie kvadratickej rovnice je

$$r_{\mathrm{MW}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad , \quad \text{kde} \quad a = -1 \quad , \quad b = -2D \quad , \quad c = D^2\,. \tag{1.10}$$

Po dosadení a vykrátení dôjdeme k riešeniu

$$r_{\mathrm{MW}} = D\left(\sqrt{2} - 1\right) \approx 0{,}414D \approx 317\,\mathrm{kpc}\,. \tag{1.11}$$

Potom

$$r_{\mathrm{And}} = D - r_{\mathrm{MW}} = D\left(2 - \sqrt{2}\right) \approx 0{,}586D \approx 448\,\mathrm{kpc}\,. \tag{1.12}$$

Teraz potrebujeme ešte spočítať akú vizuálnu magnitúdu má Mliečna cesta a Andromeda. Vieme, že $r_{\mathrm{MW}} = r_{\mathrm{And}}$. Keďže poznáme absolútnu magnitúdu Slnka, poľahky zistíme absolútnu magnitúdu n_{MW} Slnk. Je to vzťah

$$M_{\mathrm{MW}} = -2{,}5 \log\left(n_{\mathrm{MW}} \cdot 10^{-0{,}4M_\odot}\right) \approx -22{,}67\,\mathrm{mag}\,. \tag{1.13}$$

Čo je veličina s ktorou vieme ďalej pracovať ak si spomenieme na modul vzdialenosti

$$m_{\mathrm{MW}} = M_{\mathrm{MW}} + 5\log(r_{\mathrm{Mw}}[\mathrm{pc}]) - 5 \approx -0{,}16\,\mathrm{mag}\,. \tag{1.14}$$

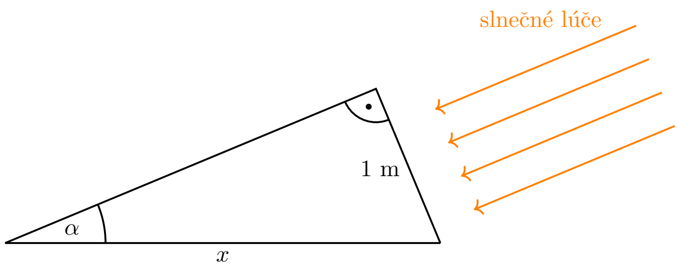
2. Liptovská Mara

(**100 b**, autor: Samuel Buranský)

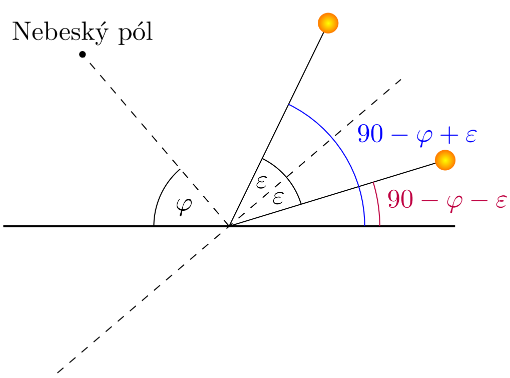
Počas roka dochádza na Zemi k striedaniu ročných období. Dôvodom je naklonenie roviny zemského rovníka o uhol $\varepsilon = 23{,}4°$ voči rovine ekliptiky. To spôsobuje, že na dané miesto na Zemi dopadá v rôzne dni rôzne množstvo žiarivej energie zo Slnka. Vypočítajte pomer žiarivých energií zo Slnka, ktoré dopadnú na celú plochu Liptovskej Mary za 1 s na pravé poludnie v deň letného a zimného slnovratu. Poloha Liptovskej Mary je 49,1° N, 19,5° E a plocha $A = 27\,\mathrm{km}^2$.

Predpokladajte kruhovú dráhu Zeme okolo Slnka a zanedbajte vplyv atmosféry. Pre prípadné medzivýpočty môžete využiť slnečnú konštantu, ktorej hodnota je uvedená v zozname konštánt. Slnečná konštanta predstavuje množstvo energie, ktoré prejde za 1 s plochou 1 m^2 orientovanou kolmo na slnečné lúče vo vzdialenosti 1 au od Slnka bez extinkcie (absorpcie).

Solárna konštanta k je definovaná ako energia dopadajúca na kolmú plochu. Ak chceme určiť energiu, ktorá dopadá na plochu pod uhlom α musíme hodnotu k vynásobiť sínusom tohto uhla. Priemet kolmej plochy na reálnu zobrazuje obrázok 2.1. Kolmá plocha sa premietne na väčšiu v závislosti na sklone lúčov α. Tento uhol priamo zodpovedá výške Slnka nad horizontom h.



Obr. 2.1: Schéma dopadu slnečných lúčov na Zem pod uhlom α.



Obr. 2.2: Schéma znázorňujúca polohu Slnka v čase letného a zimného slnovratu.

Na základe obrázku 2.2 platí

$$\alpha \equiv h = 90° - \varphi + \delta\,, \tag{2.1}$$

kde φ je geografická šírka a δ je deklinácia Slnka. Slnko sa v tom čase nachádza najďalej od ekliptiky, pričom uhol medzi rovníkom a ekliptikou je ε. V deň letného slnovratu je teda následne deklinácia Slnka $+\varepsilon$ a v deň zimného slnovratu je $-\varepsilon$.

Energia dopadajúca zo Slnka $\mathcal{E}$ na plochu A za čas t potom je

$$\mathcal{E} = A\,t\,k\,\sin(90° - \varphi + \delta)\,. \tag{2.2}$$

Pre podiel týchto energií dostávame vzťah

$$\frac{\mathcal{E}_{\mathrm{LS}}}{\mathcal{E}_{\mathrm{ZS}}} = \frac{A\,t\,k\,\sin(90° - \varphi + \varepsilon)}{A\,t\,k\,\sin(90° - \varphi - \varepsilon)} = \frac{\sin(90° - \varphi + \varepsilon)}{\sin(90° - \varphi - \varepsilon)} \approx 3{,}00\,. \tag{2.3}$$

3. Vesmírny výťah

(**100 b**, autor: Michal Zummer)

V roku 2156 obyvatelia Marsu využívali na obchodovanie so Zemou vesmírny výťah. Po tom ako na Marse vypukla občianska vojna, separatisti vyviedli výťah z orbity a on spadol na povrch Marsu.

Vesmírny výťah je koncept dopravného prostriedku na presun z povrchu planéty na obežnú dráhu. Na každý bod výťahu pôsobí tiažové zrýchlenie planéty a odstredivá sila, pričom celkové zrýchlenie pôsobiace na lano výťahu v určitom bode možno definovať ako

$$a = -\frac{GM}{r^2} + \omega^2 r\,, \tag{3.1}$$

kde M je hmotnosť planéty, r vzdialenosť od stredu a ω jej uhlová rýchlosť.

Dôležitý bod sa nachádza vo vzdialenosti synchrónnej (areostacionárnej) dráhy, kde teleso obieha planétu rovnakou uhlovou rýchlosťou ako jej rotácia, čo spôsobuje, že sa nachádza stále nad tým istým bodom povrchu planéty. Vzdialenosť výťahu od stredu planéty možno vypočítať podľa vzťahu

$$H = \frac{R}{2}\left(\sqrt{1 + 8\left(\frac{R_\mathrm{s}}{R}\right)^3} - 1\right), \tag{3.2}$$

kde R_s je vzdialenosť synchrónnej dráhy od stredu planéty a R polomer planéty. Ak sa výťahová kapsula nachádza pod týmto bodom, bude urýchľovaná smerom k povrchu planéty, zatiaľ čo nad týmto bodom bude kapsula výťahu urýchľovaná smerom od planéty.

(a) Vypočítajte, koľkokrát obtočilo lano výťahu planétu, kým dopadol celý. Uveďte s presnosťou na 1 desatinné miesto.

(b) Závisí počet obtočení lana okolo planéty na jej polomere?

Pre areostacionárnu dráhu, kde teleso obieha vždy nad rovnakým bodom povrchu Marsu, platí z rovnosti gravitačného a odstredivého zrýchlenia

$$\frac{GM_♂}{R_\mathrm{s}^2} = \omega^2 R_\mathrm{s} = \frac{4\pi^2}{T^2} R_\mathrm{s}\,, \tag{3.3}$$

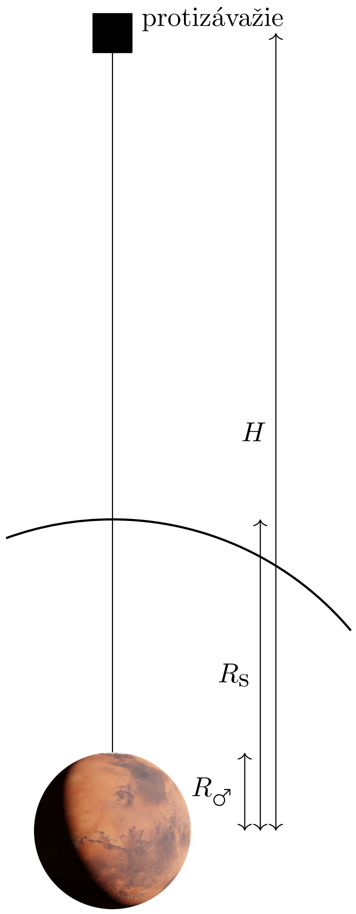
kde ω je uhlová rýchlosť rotácie Marsu, T je siderická rotačná perióda Marsu, teda 24 h 37 min.

Pre výšku areostacionárnej dráhy teda dostávame

$$R_\mathrm{s}^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}\,, \tag{3.4}$$

úpravou

$$R_\mathrm{s} = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}\,. \tag{3.5}$$



Obr. 3.1: Schéma vesmírneho výťahu

(a) Dĺžku lana chápeme ako vzdialenosť od povrchu Marsu k protizávažiu, ktoré je vo výške H od stredu Marsu. Schéma vesmírneho výťahu Marsu je znázornená na obrázku 3.1.

Je zjavné, že výška výťahu H bude väčšia ako výška areostacionárnej orbity. Dĺžku výťahu dostávame ako $H - R_{♂}$, predelením obvodom Marsu dostávame počet obtočení n, teda pre počet obtočení lana výťahu platí

$$n = \frac{H - R_{♂}}{2\pi R_{♂}} = \frac{\frac{R_{♂}}{2}\left(\sqrt{1 + 8\left(\frac{R_s}{R_{♂}}\right)^3} - 1\right) - R_{♂}}{2\pi R_{♂}}\,. \tag{3.6}$$

Po dosadení dostávame

$$n = \frac{1}{2\cdot 2\pi}\left(\sqrt{1 + 8\left(\frac{R_s}{R_{♂}}\right)^3} - 1\right) - \frac{1}{2\pi} \tag{3.7}$$

$$= \frac{1}{4\pi}\left(\sqrt{1 + 8\left(\frac{R_s}{R_{♂}}\right)^3} - 3\right) \approx 3{,}1 \text{ otočení.} \tag{3.8}$$

(b) Ako vidíme z predošlého výpočtu, počet obtočení závisí aj na polomere planéty.

4. Henrietta Swan Leavittová

(**100 b**, autor: Samuel Amrich)

V roku 1912 došlo k veľkému objavu v astronómii. Henrietta Swan Leavittová (1868 - 1921), ktorá v tej dobe pracovala ako „počítač“ a astronómka na Harvardovej univerzite, našla závislosť medzi jasnosťou a periódou oscilácie jasnosti jednej skupiny premenných hviezd, ktoré dnes nazývame cefeidy.

Uvedomila si, že ak do grafu vynesie na vodorovnú os logaritmus periódy oscilácie P a na zvislú os magnitúdu m, tak sa všetky body budú nachádzať približne na priamke. Inými slovami, existuje lineárna závislosť medzi $\log(P)$ a m, ktorú dnes voláme *vzťah perióda-svietivosť* (v angličtine *Leavitt law*). Vašou úlohou je zreprodukovať Leavittovej postup a nájsť hodnotu konštánt A, B vo funkcii

$$m = A\log(P) + B\,. \tag{4.1}$$

Všetky potrebné hodnoty sa nachádzajú v tabuľke 4.1. Keďže sa pozorované hviezdy nachádzajú v rovnakej hviezdokope, je možné predpokladať, že ich vzdialenosť od nás je rovnaká.

Úlohu riešte iba pomocou ručného vynášania bodov do grafu na milimetrový papier a neprogramovateľnej kalkulačky. Pod riešením sa rozumie ručné nakreslenie grafu na milimetrový papier aj s trendovou spojnicou (popísanou v tomto prípade funkciou 4.1), ktorá sa určuje priamo z bodov na papieri, tak ako je to zvykom na medzinárodnom kole.

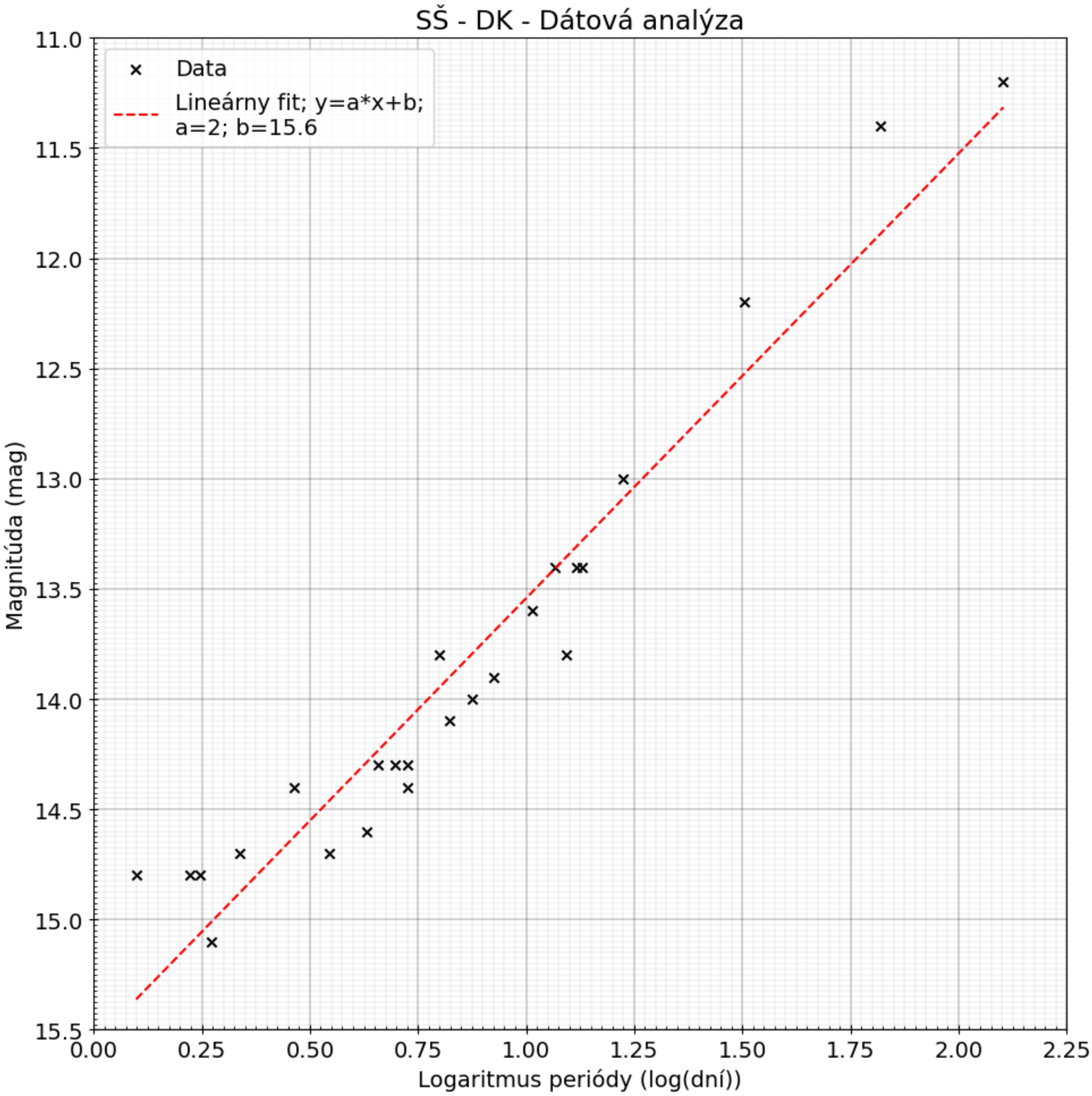
Tabuľka 4.1: Tabuľka meraní magnitúdy m a periódy P vybraných hviezd typu cefeida.

Index	Harvardské číslo	m (mag)	P (dni)
1	1505	14,8	1,25336
2	1436	14,8	1,66370
3	1446	14,8	1,76200
4	1506	15,1	1,87505
5	1413	14,7	2,17352
6	1460	14,4	2,91300
7	1422	14,7	3,50100
8	842	14,3	4,28970
9	1425	14,3	4,54700
10	1742	14,3	4,98660
11	1646	14,4	5,31100
12	1649	14,3	5,32300
13	1492	13,8	6,29260
14	1400	14,1	6,65000
15	1355	14,0	7,48300
16	1374	13,9	8,39700
17	818	13,6	10,33600
18	1610	13,4	11,64500
19	1365	13,8	12,41700
20	1351	13,4	13,08000
21	827	13,4	13,47000
22	822	13,0	16,75000
23	823	12,2	31,94000
24	824	11,4	65,80000
25	821	11,2	127,00000

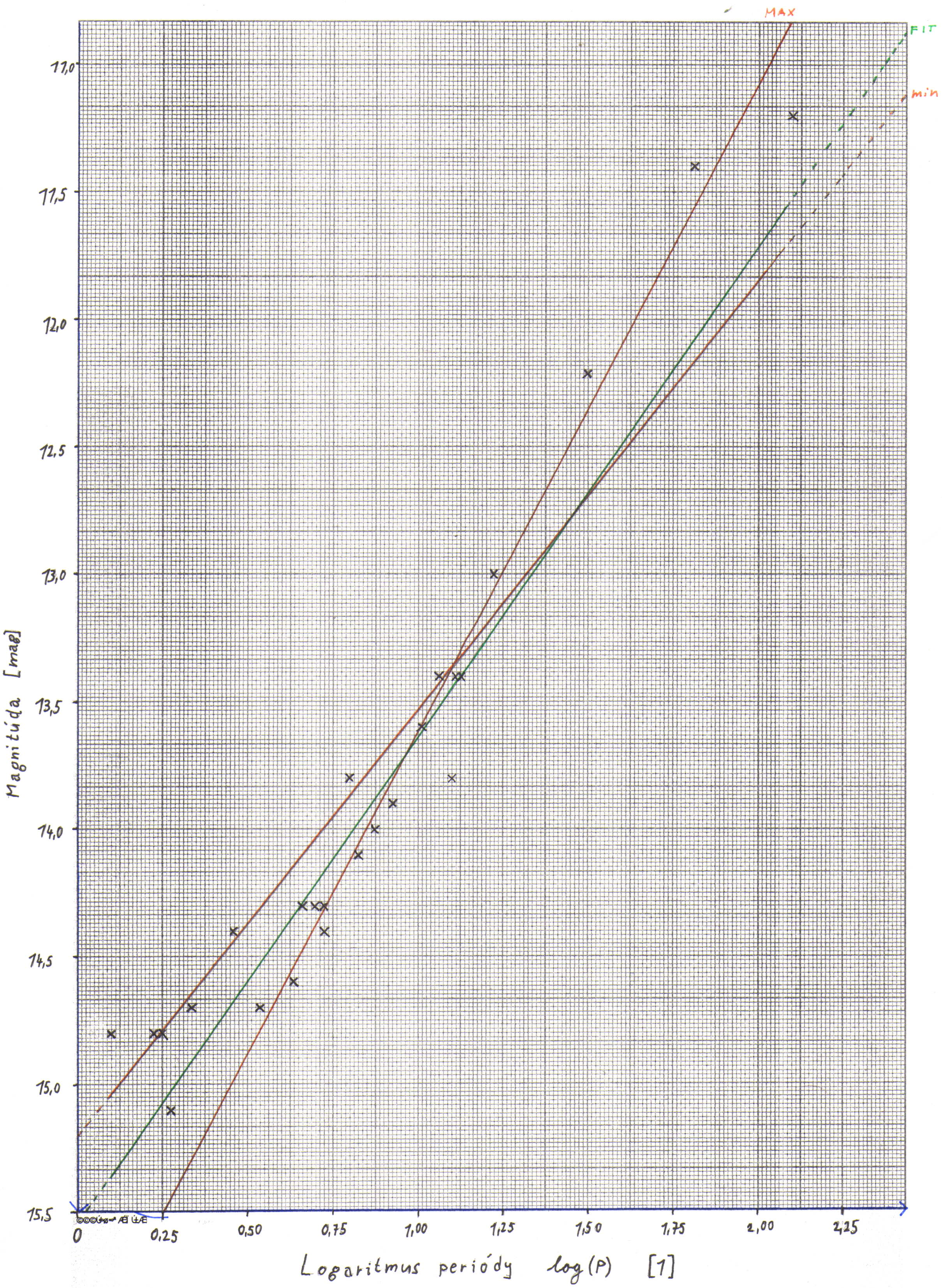
Ak ste doteraz nemali skúsenosť s dátovou analýzou a neviete kde začať, tak sa pozrite na stránku `www.datova-analyza.aosk.eu`.

Keďže sa jedná o úlohu z dátovej analýzy, tak spísať jeden konkrétny návod je kontraproduktívne, pretože správne riešenie je výberom správnych postupov a metód, ktoré sa používajú pre dosiahnutie čo najpresnejšieho výsledku.

Ako prvé sa môžeme pozrieť na to ako vyzerá graf 4.1 keď si ho necháme nakresliť v počítači aj s lineárnym fitom. Nás ale zaujíma ako to prenesieme na milimetrový papier, čo je zobrazené na grafe 4.2. Zaujímavé je si povšimnúť, že osa y je obrátená. Nie je to požadované, ale je to typické pri práci s magnitúdami, pretože menšia magnitúda znamená jasnejší objekt.



Obr. 4.1: Počítačom vygenerovaný graf.



Obr. 4.2: Ručne vynesený graf na milimetrový papier.

Dobrá prax pre vynášanie osí, popisov a bodov do grafu

- Snaha využiť čo najväčšiu plochu milimetrového papiera na graf.
- Hlavné osi zvýrazniť, minimálne je potrebné označiť šípkou smer rastúcich hodnôt.
- Vyznačiť stupnicu na osi. Dôležité je nemať zbytočne veľa ani príliš málo hodnôt stupnice. Ideálne je okolo 10.
- Je potrebné napísať aká veličina a jednotka sa vynáša na osi.
- Body je najlepšie urobiť ako [iks] alebo krížik.
- Použitá ceruzka (preferovane), pero alebo fixka musí mať čo najtenší hrot.
- Trendovú spojnica (fit) vynášam zásadne za pomoci pravítka.

Vyčítanie hodnôt A a B z nakreslenej lineárnej závislosti

Najjednoduchšie je na nej nájsť dvojicu miest $[x_1; y_1]$ a $[x_2; y_2]$. Ideálne tak, aby jeden bod bol na začiatku a druhý na konci priamky. Potom vieme vypočítať A a B z hodnôt x_1, y_1, x_2, y_2. Ku konkrétnej rovnici dôjdeme keď si napíšeme zadaný vzťah (4.1) pre obe dvojice.

$$y_1 = Ax_1 + B \quad , \quad y_2 = Ax_2 + B\,. \tag{4.2}$$

Následne odčítanie y_1 od y_2 vráti vzťah

$$y_1 - y_2 = A(x_1 - x_2)\,. \tag{4.3}$$

Ktorý je ľahko upraviteľný na tvar

$$A = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}\,. \tag{4.4}$$

Z ktorého po spätnom dosadení do vzťahu (4.2) získam

$$B = y_1 - \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}x_1\,. \tag{4.5}$$

V grafe 4.2 sú vyznačené tri fity. Jeden zelený, označený ako **fit**, a dvojica červených označených ako **min** a **MAX**. To je z dôvodu, že k určeniu konštánt A a B môžme pristúpiť tak, že narysujeme fit, ktorý čo najlepšie vystihuje dáta, ale nemáme potom informáciu o neistote určených konštánt. Preto druhým prístupom je narysovať dvojicu kriviek, kde jedna vystihuje dáta tak, že je to maximálne prípustné natočenie a posunutie, a druhá to minimálne (metóda min-MAX). Metóda min-MAX môže byť o niečo menej presná ale na druhú stranu nám poskytuje veľmi dôležitú informáciu o chybách konštánt A a B (smerodajné odchýlky).

Keď použijeme vzťahy (4.4) a (4.5) na krivky **fit**, **min** a **MAX** z grafu 4.2, dostaneme výsledky v tabuľke 4.2.

Krivka	x_1	y_1	x_2	y_2	A	B
Fit	0,025	15,5	2,375	11,0	$-1{,}91$	15,55
min	2,25	11,43	0	15,2	$-1{,}68$	15,2
MAX	2	11,08	0,25	15,5	$-2{,}58$	16,25
min-MAX					$-2{,}13 \pm 0{,}45$	$15{,}73 \pm 0{,}53$

Tabuľka 4.2: Určenie konštánt A a B z fitov na grafe 4.2.

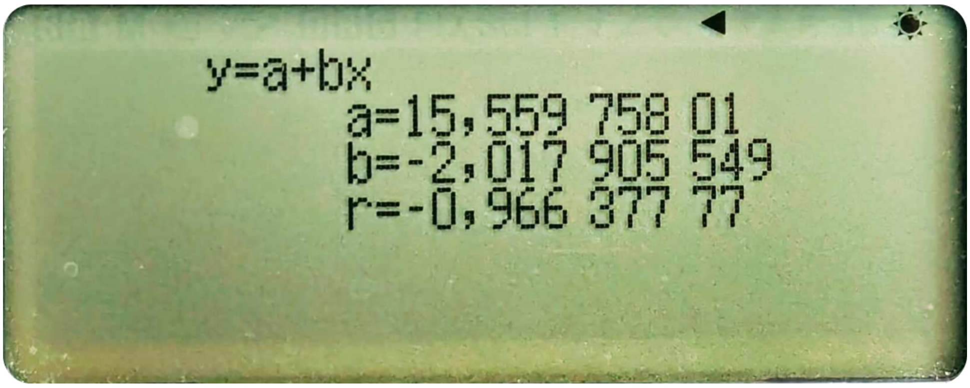
Kde ako výsledné konštanty z metódy **min-MAX** sú určené ako priemery z kriviek **min** a **MAX**. Chyba ich určenia (σ_A a σ_B) je určená ako

$$\sigma_\mathrm{A} = \frac{|A_\mathrm{MAX} - A_\mathrm{min}|}{2} \quad , \quad \sigma_\mathrm{B} = \frac{|B_\mathrm{MAX} - B_\mathrm{min}|}{2} \, , \tag{4.6}$$

čo je iba rozdiel priemeru od jednej z extrémnych hodnôt v absolútnej hodnote.

Overenie výsledkov na kalkulačke

Ak máme model ktorý disponuje možnosťou „štatistika“ alebo „tabuľka“, tak je možné do nej všetky zadané dáta vložiť a nechať ju, aby nám vrátila presné hodnoty fitu (ako na to je vo video návode `https://youtu.be/8tnc1niiTe4?t=2510`). V tomto prípade dostaneme naspäť hodnoty ako sú na obrázku 4.3.



Obr. 4.3: Ukážka výsledku na kalkulačke (`Casio fx-991CEX`). Dôležitá je poznámka, že označenie A a B je vymenené a v malých písmenách.

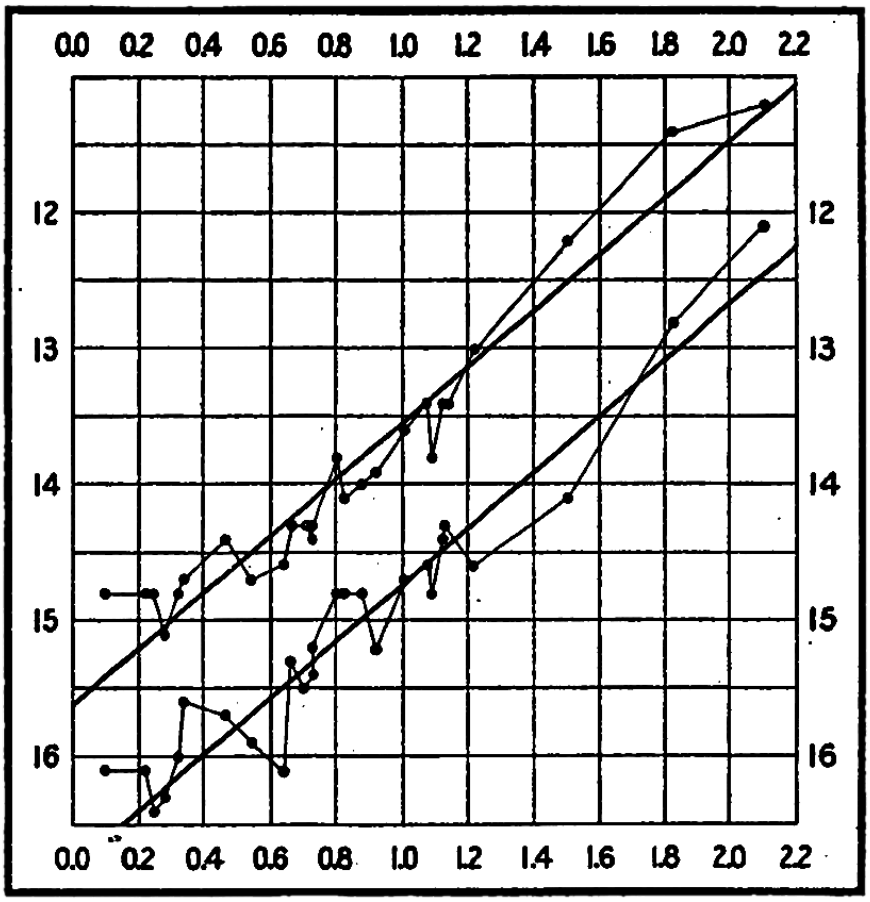
Výsledok

Vidíme teda, že výsledok z **min-MAX** metódy je v rozsahu výsledku najlepšieho fitu ako aj v rozsahu výsledku kalkulačky. Nesmieme ale zabudnúť ešte na jednotky, ktoré sme zatiaľ do tabuľky nepísali kvôli čitateľnosti a estetike).

$$\boxed{\begin{aligned} A &= (-2{,}13 \pm 0{,}45)\,\mathrm{mag} \\ B &= (15{,}73 \pm 0{,}53)\,\mathrm{mag} \end{aligned}} \tag{4.7}$$

Poznámka

Dôležité je si povšimnúť jednej zákernej veci. Konštanta B má jednotku mag, pretože je to len jednoduché posunutie v osi y. Zároveň, keď sa pozrieme na predpis (4.1), vidíme, že aby to celé sedelo jednotkovo, musí B mať rovnakú jednotku ako m. Ale povedať, že A má jednotku mag/ log(deň) by bola chyba, pretože z čiste matematického pohľadu na vec, do logaritmu môžem vložiť iba čísla bez jednotky. To čo sme vlastne vynášali na graf, a to čo reprezentuje $\log(P)$, je vlastne logaritmus číselnej hodnoty počtu dní (perióda na počet dní). Zapísateľné je to ako $\log(P/\text{deň})$, čoho jednotkou je 1. Preto jednotkou konštanty A je mag/1 = mag.



Obr. 4.4: Graf z pôvodného článku Henrietty Swan Leavittovej. Dvojica kriviek zodpovedá vyneseným jasnostiam hviezd v maxime a v minime ich svietivosti. V našom príklade sme pracovali iba s jasnosťami v maxime. Pôvodný článok určite stojí za pozretie a nájdete ho na adrese `www.aosk.eu/wp-content/uploads/2024/03/HSL_original_article.pdf`.

5. Pozorovanie preletu ISS (**100 b**, autor: Samuel Amrich a Radovan Lascsák)

Niektoré astronomické merania sú kritické na množstvo informácií, ktoré je potrebné odmerať v krátkom časovom intervale. Vašou úlohou bude práve jedno takéto meranie uskutočniť. Konkrétne to bude sledovanie preletu Medzinárodnej vesmírnej stanice (ISS).

(a) Nájdite pomocou online nástroja (ako napríklad `https://www.heavens-above.com/`) čas vyhovujúci pre vaše miesto, kedy budete schopní pozorovať prelet ISS. V odpovedi nezabudnite zapísať zemepisnú polohu a dátum pozorovania.

(b) Rozmyslite si a popíšte ako budete merať alebo odhadovať nasledovné veličiny ISS.

- Azimut východu
- Čas východu
- Maximálna výška nad obzorom
- Čas kulminácie
- Azimut západu
- Čas západu
- Maximálna jasnosť
- Čas nad obzorom

(c) Vykonajte meranie, prípravu fotodokumentujte a spíšte výsledky aj s odhadmi chýb.

Obdobne ako pri dátovej analýze k spísať jeden konkrétny návod je náročné, pretože správne riešenie je výberom správnych postupov a metód, ktoré sa používajú pre dosiahnutie čo najpresnejšieho výsledku. Preto aj hodnotenie bude na individuálnej úrovni a bude zohľadňovať externé podmienky, dosiahnutú presnosť a rigoróznosť postupu. V riešení pokúsime len popísať vhodné postupy a problematické miesta.

Azimut východu a západu

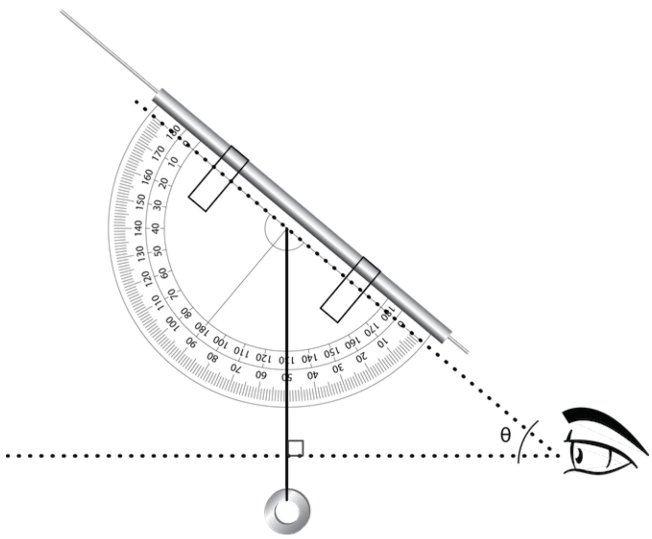
Ten môže byť problematický z hneď troch dôvodov. Ako prvé, musíme si dať pozor, že náš horizont má naozaj nulovú výšku nad obzorom (mysleným ideálnym). Za druhé, ISS môže byť náročné vidieť nízko nad obzorom. Ak sa objaví až v nejakej nezanedbateľnej výške nad obzorom, musíme pristúpiť k nejakej extrapolácií smerom k obzoru. A za tretie, samotné meranie azimutu. Ak meranie uskutočňujeme pomocou kompasu, je potrebné ešte uskutočniť opravu z magnetického na reálny severný pól (pre Košice je oprava približne 6°). Niektoré aplikácie, pre smartphony, ktoré zobrazujú kompas poskytujú túto opravu už automaticky.

Čas východu a západu

Máme obdobné problémy ako pri meraní azimutu východu a západu a navyše musíme mať k dispozícii zdroj presného času. K tomuto účelu poslúžia napríklad rádiom riadené hodinky alebo dostupné online nástroje, ktoré vďaka *Network Time Protocol* (protokol na prenos presného času internetom) dokážu zobraziť aktuálny atómový čas (`https://en.wikipedia.org/wiki/International_Atomic_Time`). Zároveň je potrebné presné určenie momentu východu. K tomuto potrebujeme nejak zosúladiť pozorovanie východu ISS s presnými hodinkami. Jedna z možností je natáčať hodinky na video a moment objavenia sa ISS na obzore zakričať, čím získame zvukový záznam na videu, ktorý korešponduje s hľadaným časom.

Maximálna výška nad obzorom

Jedna z nástrah je určenie do akého momentu ISS ešte stúpa nad obzor a od akého už klesá. Asi najjednoduchší postup je využitie olovnice a uhlomeru. Zavesíme tenkú niť do osi uhlomeru a na jej druhý koniec pripevníme olovnicu. Uhlomer využijeme na zameriavanie ISS-ky až do momentu kedy stále máme pocit, že olovnica sa nám hýbe jedným smerom. Vtedy si polohu olovnice zafixujeme na uhlomeri, napríklad pomocou pripravenej lepiacej pásky.



Obr. 5.1: Znázornenie využitia uhlomeru a olovnice na pozorovanie výšky ISS nad obzorom.

Druhá možnosť je mierne odhadová. Môžeme si pamätať, zapisovať, snímať na dlhu expozíciu alebo inak zaznamenávať miesto na oblohe kade ISS cestuje a následne využiť nástroje ako je napríklad Stellarium aby sme odhadli maximálnu výšku ISS nad obzorom z porovnania s hviezdami alebo inými objektami na oblohe.

Čas kulminácie

Pozorovanie času kulminácií prináša rovnaké problémy ako pozorovanie času východu a pozorovanie maximálnej výšky nad obzorom. Ak používame ručnú metódu, ako napríklad uhlomer a olovnicu, potom môžeme využiť zvukové zahlásenie na video, ktoré sníma čas. Alebo ak snímame dráhu ISS na sériu kratších expozícií namiesto jednej dlhej potom môžeme určiť čas z časovej značky fotky s kulmináciou.

Maximálna jasnosť

K tomuto je najjednoduchšie využiť naše vlastné oči. Dobrým postupom je nájsť si na oblohe nejaké hviezdy, ktorých jasnosti poznáme. Následne porovnať ISS v momente najväčšej jasnosti (odhadnutý) práve s týmito hviezdami a tak odhadnúť vizuálnu jasnosť ISS.

Čas nad obzorom

Vypočítateľný z času východu a západu. Pozor ale na výslednú chybu, tá by mala byť typicky niečo ako dvojnásobná voči chybe času východu alebo západu.

Chyby merania

V tomto riešení sme rozobrali niekoľko návrhov na možnosti merania a určite existujú aj iné inovatívne spôsoby, ktoré môžete vymyslieť. Stále ale potrebujeme vedieť odhadnúť chybu merania. To kvôli rôznym prístupom môže byť náročné ale existuje niekoľko základným postupov. Ak využívame meradlo typu hodinky alebo uhlomer a zároveň je zanedbateľný ľudský zdroj chyby, potom je chyba merania najčastejšie polovica najmenšieho dielika (v našom prípade je chyba uhlu určite vyššia). Ak sú merania závislé od reakčných schopností človeka, je potrebné reakčný čas nejakým spôsobom odhadnúť. Ak je meranie závislé od odhadu, je vhodné uvažovať typickú štatistickú chybu (zvyčajne 10% alebo 5%). Pri vizuálnom odhadovaní magnitúd je typická presnosť na úrovni 0,5 mag.

Zoznam konštánt

Základné konštanty

Rýchlosť svetla vo vákuu	c	$= 299\,792\,458\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
Gravitačná konštanta	G	$= 6{,}674 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$
Elementárny elektrický náboj	e	$= 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Planckova konštanta	h	$= 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
Boltzmannova konštanta	k_B	$= 1{,}381 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$
Stefan-Boltzmannova konštanta	σ	$= 5{,}670 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$
Wienova posunovacia konštanta	b	$= 2{,}898 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m\,K}$
Hubblova konštanta	H_0	$= 73\,\mathrm{km\,s^{-1}Mpc^{-1}}$

Astronomické jednotky a veličiny

1 deň (stredný slnečný)		$= 24\,\mathrm{h}$
1 siderický deň		$= 23^\mathrm{h}\,56^\mathrm{min}\,4{,}1^\mathrm{s}$
1 siderický rok		$= 365{,}2564\,\mathrm{dní}$
1 astronomická jednotka	au	$= 149\,597\,870\,700\,\mathrm{m}$
1 svetelný rok	ly	$= 63\,241\,\mathrm{au}$
1 parsek	pc	$= 3{,}262\,\mathrm{ly}$
1 jansky	Jy	$= 10^{-26}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,Hz^{-1}}$
Hmotnosť Slnka	$M_\odot$	$= 1{,}989 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}$
Polomer Slnka	$R_\odot$	$= 6{,}957 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$
Svietivosť (žiarivý výkon) Slnka	$L_\odot$	$= 3{,}828 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$
Slnečná konštanta	$k_\odot$	$= 1361\,\mathrm{W\,m^{-2}}$
Absolútna vizuálna magnitúda Slnka	$M_\odot^\mathrm{mag}$	$= 4{,}83\,\mathrm{mag}$
Hmotnosť Marsu	$M_♂$	$= 6{,}417 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}$
Polomer Marsu	$R_♂$	$= 3{,}393 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m}$
Siderická rotačná perióda Marsu	$T_♂$	$= 24^\mathrm{h}\,37^\mathrm{min}$

Vzťahy pre sférický trojuholník

$$\frac{\sin a}{\sin \alpha} = \frac{\sin b}{\sin \beta} = \frac{\sin c}{\sin \gamma}$$

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$$

$$\sin a \cos \beta = \cos b \sin \gamma - \sin b \cos c \cos \alpha$$