

Úlohy celoslovenského finálového kola AO 2022

1. Zachytenie Novy viacerými metódami (autor: Samuel Amrich)

Prológ: V súčasnosti je už takmer každý jeden objav ktorý učiníme v astronómii zaznamenaný nie jedným ale dvoma, troma či viacerými prístrojmi. A tak sa aj stalo v tomto hypotetickom prípade (Nova je reálna, ale niektoré parametre sú domyslené).

Predstavte si, že tento rok počas leta, konkrétne 8. augusta 21.55 UT ste boli vo vedení multiodborovej komisie ktorá sleduje novy a jedna taká sa práve odohrala. Konkrétne rekurentná nova RS Ophiuchi v súhvezdí Hadonosa. Okamžite ste začali zbierať všetky dáta ktoré dokážete. Konkrétne ste sa dostali ku dátam z fotometrov, sprektrografov a neutrínových detektorov. A tak je na vás aby ste o tejto nove zistili čo najviac čo len dokážete z dát ktoré obdržíte z pozorovaní.

Dáta z fotometrov vám podali informáciu o svetelnosti novy. Po uplynutí určitého času ste na veľkých detektoroch zaznamenali zopár neutrín a určili ich plošnú hustotu ako aj ich rýchlosť. Následne ste po nejakom čase namerali svetelné čiary na spektrografoch.

Zadanie: Odporovali ste novu RS Ophiuchi a namerali ste nasledujúce parametre.

Bolometrická magnitúda	$m = 0 \text{ mag}$
Časový rozdiel medzi fotónmi a neutrínami	$\Delta\tau = 2,5 \text{ min}$
Rýchlosť neutrín	$v_\nu = 0,999\,999\,999 \text{ c}$
Plošná hustota neutrín	$\sigma_\nu = 4,5 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$
Pomer intenzít pre 3 filtre (U, V, B)	$\frac{U}{V} = 1,790$ $\frac{V}{B} = 1,8231$
Zmerané vlnové dĺžky čiary H_α	$\lambda_{\rightarrow} = 6654,67942 \text{ \AA}$ $\lambda_{\leftarrow} = 6470,92102 \text{ \AA}$

Každá podúloha sa vzťahuje na jednu veličinu, ktorú viete vypočítať zo zadania alebo iných podúloh.

Konštanty a zákony:

Energia protón-protón procesu	$E_{pp} = 26,142 \text{ MeV}$
Vlnová dĺžka H_α čiary	$\Lambda_{H_\alpha} = 6562,8 \text{ \AA}$
Absolútna bolometrická magnitúda Slnka	$M_{\odot, bol} = 4,74 \text{ mag}$

Svietivosť Slnka	$L_{\odot} = 3,828 \cdot 10^{26} \text{ W}$
Vlnové dĺžky filtrov	$\lambda_U = 364 \text{ nm}$ $\lambda_V = 442 \text{ nm}$ $\lambda_B = 540 \text{ nm}$
Wienová aproximácia Planckovho zákona	$I(f, T) = \frac{2hf^3}{c^2} \cdot e^{-\frac{hf}{kT}}$
Plancková konštanta	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Boltzmanová konštanta	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
Wienová posuvná konštanta	$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
Prevod energie	$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

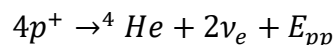
- a) [/05b] **Zistite aká je vzdialenosť (r) Zem-Nova.**

Ideálne v rozumných jednotkách ako je ly alebo Pc .

- b) [/10b] **Aká je absolútna bolometrická magnitúda novy (M).**

- c) [/10b] **Počet neutrín (N_{ν}) ktoré vznikli pri nove.**

Predpokladajte, že pri nove funguje iba proton-proton cyklus, a že pri Zemi ani pri Nove nie sú žiadne ďalšie zdroje neutrín. Rovnice proton-proton cyklu je.



Nova prebehla tak, že v jednom momente došlo ku vzniku všetkých neutrín, ktoré sme následne zachytili pri zemi. Ale el.mag. žiarenie s energiou E^* sa následne uvoľňovalo postupne za čas τ .

- d) [/10b] **Energiu výbuchu novy (E^*).**

- e) [/15b] **Dobu výbuchu novy (τ).**

Predpokladajte, že všetka uvoľnená energia zistená z neutrín sa vyžaruje za čas τ tak aby bola absolútna magnitúda M .

- f) [/20b] **Povrchovú teplotu novy (T).**

Typické teploty sú $T_{tab} \approx 10^{11} \text{ K}$. Vami zistená hodnota bude značne odlišná. Rozdiel diskutujte.

- g) [/15b] **Hubblovu konštantu (H).**

Prípadné rozdiely diskutujte.

- h) [/15b] **Rýchlosť odhodených obálok (v_{\circ}).**

Zmerali ste 2 vlnové dĺžky z obálky ktorá odlieta od novy.

- i) [/10b] **BONUS úloha.** Vymyslite si ešte jednu zaujímavú veličinu ktorú viete určiť z dáta ktoré máte k dispozícii, a ktoré ste už vypočítali. Túto veličinu vypočítajte.

Body sa dávajú za nápaditosť, vedecký prínos a zaujímavosť vami vypočítanej veličiny.

Snažte sa vypočítať všetky podúlohy, niektoré na sebe nezávisia, takže sa nemusia riešiť v zadanom poradí (i keď zadané poradie je odporúčané). Body sú udeľované najme za postup. Úlohy by sa mali dať vypočítať bez extrémnych aproximácií. Skúste sa vyhnúť zaokrúhľovacím chybám. Výsledok ale uveďte na rozumný počet platných cifier.

2. Tmavé Slnko (autor: Radovan Lascsák)

Tmavá hmota je hypotetická látka, ktorá takmer neinteraguje s normálnou hmotou. Jediný spôsob interakcie je gravitácia (podľa klasického Newtonovho gravitačného zákona, gravitačná konštanta je $G = 6,67 \cdot 10^{11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$). Predstavme si, že by bolo naše Slnko z tmavej hmoty. Uvažujme guľu (tmavé Slnko) kompletne vyrobenú z tmavej hmoty v ktorej je hmotnosť rozložená podľa funkcie

$$M(r) = M_{\odot} \frac{r}{R_{\odot}},$$

kde $M_{\odot} = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, $R_{\odot} = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$ a

$M(r)$ je hmotnosť koncentrickej gule s polomerom r (guľa, ktorá má stred v strede tmavého Slnka). Keďže rozloženie hmoty je sféricky symetrické, tak (podľa Gaussovho zákona) na objekt vnútri tmavého Slnka ($r < R_{\odot}$) pôsobí gravitácia ekvivalentná gravitácii hmoty uloženej vo sfére pod objektom, teda gravitácia gule s polomerom r .

Predstavme si, že vnútri tmavého Slnka obieha sonda na kruhovej dráhe s polomerom $r = R_{\odot}/2$.

- Aká je obehová rýchlosť v sondy? [20b]
- Aká je perióda T obehu sondy? [10b]
- Prežil by človek zdanlivé zrýchlenie a na palube sondy? [10b]

Teraz si predstavme, že sonda na krátky časový úsek zapla motory a zvýšila svoju radiálnu rýchlosť na $v_R = 1 \text{ km/s}$. Postupným špirálovaním sa takto začala hýbať ku povrchu tmavého Slnka.

- Ako dlho (čas t) bude sonda putovať ku povrchu? [15b]
- Akú rýchlosť v_p bude mať sonda v momente kedy dosiahne povrch? [15b]
- Aká je maximálna výška h nad povrchom, ktorú sonda dosiahne? [15b]
- Ako dlho (čas Δt) sa sonda udrží nad povrchom, pokiaľ spadne naspäť do tmavého Slnka? [15b]

Pomôcka: všimnite si, že výška $h \ll R$, teda gravitačnú silu nad povrchom môžete aproximovať konštantnou hodnotou $F_G(r = R)$ pre $r \in (R, R + h)$.

3. Vesmírny slnečník (autor: Martin Okánik)

***Poznámka:** jednotlivé podúlohy a-f sú na seba nezávislé a vyžadujú vedomosti z rozličných oblastí astronómie a astrofyziky. Ich poradie nijak nezávisí na náročnosti. Rozdelenie bodov je uvedené v hranatých zátvorkách. Väčšina bodov je zakaždým za postup. Príklad je celý za 140 bodov. Bonusových 30 bodov za poslednú (najťažšiu) časť f) je možné udeliť ako kompenzáciu za prípadné stratené body v prvých podúlohách tak, aby celkový počet bodov za tento príklad nepresiahol 140.*

Píše sa rok 2122. Ľudstvo pod tlakom globálneho otepľovania vypustí vesmírnu loď s obrovským slnečníkom do priestoru medzi Zemou a Slnkom za cieľom znížiť množstvo dopadajúceho žiarenia, a teda ochladenia celého sveta. Teleso má byť umiestnené do tzv. libračného bodu L1. L1 je bod, kde môže teleso obiehať okolo Slnka s obežnou periódou rovnou perióde Zeme, bez toho aby zrýchľovalo smerom k Zemi alebo k Slnku. Bod L1 sa nachádza $x = 1,5$ milióna km od Zeme smerom k Slnku, na čiare ktorá ich spája. Najskôr preskúmame astrodynamické stránky problému:

- [30 b] Vypočítajte, ako ďaleko od Zeme pozdĺž úsečky Slnko-Zem sa nachádza bod v ktorom sa presne vyrušia gravitačné sily Zeme a Slnka (x_0). Očakávate že bod L1 (x) bude bližšie ($x_0 > x$) alebo ďalej ($x_0 < x$) od Zeme ako tento bod a prečo?
- [20 b] Aký praktický (gravitačný) problém je spojený s bodom L1? Zostane vesmírna loď v okolí tohto bodu sama od seba v jeho okolí? Vyžaduje sa intuitívne vysvetlenie opierajúc sa o základné sily, žiadne výpočty. Tlak žiarenia nateraz zanedbajte.

Teraz sa pozrime na žiarenie:

- [15 b] Na základe žiarivého výkonu Slnka $L = 3,85 \cdot 10^{26}$ W a vzdialenosti Zem-Slnko $a = 150 \cdot 10^6$ km vypočítajte hodnotu slnečnej konštanty F_S , teda množstva žiarivej energie prechádzajúcej kolmo nastaveným povrchom 1 m^2 za 1s vo vzdialenosti Zeme od Slnka.
- [30 b] Ambíciou je zatieniť 1% slnečného žiarenia dopadajúceho na Zem. Približne aký rozľahlý tieniaci povrch v bode L1 je na to potrebný?
- [20 b] Zanedbajme problém s gravitáciou z podúlohy b) a sústreďme sa na tlak žiarenia. Akou silou musí pôsobiť kompenzačný motor vesmírnej lode na kompenzáciu neustále dopadajúcej hybnosti zo slnečných fotónov? Ak ste nevypočítali veľkosť tieniaceho povrchu v d), uveďte túto silu vzťahnutú na jeden meter štvorcový tieniaceho povrchu. Ak ste nevypočítali slnečnú konštantu v c), počítajte s hodnotou $F_S = 1400 \text{ W/m}^2$. [Pomôcka: môže sa vám hodiť vzťah $E = pc$, kde E je energia fotónu, p jeho hybnosť, c rýchlosť svetla vo vákuu]

V nasledujúcej časti sa pozrieme na to, čo spraví uvedené 1% redukcie slnečnej konštanty s teplotu Zeme. Pre tieto účely zanedbajme atmosféru Zeme a akýkoľvek skleníkový efekt. Uvažujte, že celá Zem má jednu a tú istú teplotu, žiari ako absolútne čierne teleso v infračervenej oblasti, a voči dopadajúcemu slnečnému žiareniu vykazuje albedo $A = 0,3$ (tzn. odrazivosť, pomer odrazeného a dopadajúceho žiarenia)

- f) [25 b] Vypočítajte teplotu Zeme za takýchto podmienok pri obvyklej slnečnej konštante. O koľko sa zmení pri jej zmenšení o 1%?

BONUS:

- g) [+30b, $\Sigma < 140b$] Uvažujte atmosféru so skleníkovými plynmi. Modelujte ich ako jedinú tenkú vrstvu niekde nad povrchom, ktorá pohltí všetko tepelné žiarenie prichádzajúce zdola zo Zeme a vyžaruje ako čierne teleso rovnomerne do oboch smerov (hore a dole). Táto atmosféra nijako neovplyvní albedo Zeme. Odvodte rovnicu a hodnotu pre rovnovážnu teplotu Zeme v tomto jednoduchom (1D) skleníkovom modeli. Odvodte tiež všeobecnú rovnicu pre malé zmeny tejto teploty v dôsledku malých zmien slnečnej konštanty.

Konštanty:

Popis	Symbol	Hodnota + SI jednotky
Rýchlosť svetla vo vákuu	c	$3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Žiarivý výkon Slnka	L	$3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$
Vzdialenosť Zem-Slnko	a	$1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Albedo Zeme	A	0,3
Stefanova-Boltzmanova konštanta	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Vzdialenosť Zem-L1	x	$1,5 \cdot 10^9 \text{ m}$

4. Dátová analýza (viď ďalší súbor)

(autor: Jozef Lipták)