

# AO 2020, SŠ, finále

## 1 Slnko a Zem

Uvažujme hypotetický prípad, kedy sa Zem začne otáčať okolo svojej osi tak, aby mala so Slnkom viazanú rotáciu (pod. ako má Mesiac so Zemou). V takomto prípade je vždy jedna celá poglobuľa Zeme natočená k Slnku a druhá je od neho vždy odvrátená. Teraz ale Zem rozdelíme (cez celú planétu) dokonale izolujúcou stenou ktorá izoluje privrátenú a odvrátenú stranu Zeme. Teda sa neprenáša žiadne teplo z osvetlenej strany na neosvetlenú. Známe veličiny:

$a_{\oplus}$  = vzdialenosť Zeme od Slnka

$R_{\oplus}, R_{\odot}$  = polomer Zeme, Slnka

$\lambda_{\odot}$  = vlnová dĺžka na ktorej Slnko vyžaruje najintenzívnejšie

Všetky fundamentálne konštanty

- Aká je perióda otáčania sa Zeme okolo vlastnej osi keď má viazanú rotáciu? Aký je smer otáčania? Situáciu nakreslite.
- Aká je teplota povrchu na privrátenej strane Zeme k Slnku? Uvažujte, že Zem aj Slnko sa správajú ako absolútne čierne teleso. Viete, že všetka energia ktorá dopadá na privrátenú stranu je iba zo Slnka?
- Aká je teplota na odvrátenej strane Zeme, na ktorú nedopadá absolútne žiadna energia zo Slnka?

## 2 Prečo svietia hviezdy

(autor: Jana Švrčková)

Prečo Slnko svieti a čo je zdrojom jeho energie? Odpoveď na túto otázku dnes už poznáme. V minulosti mali ale vedci úplne iné predstavy o zdroji energie Slnka ako máme dnes. V tejto úlohe sa pozrieme na niektoré historické teórie a taktiež aj na to, čo si myslíme o zdroji energie Slnka v súčasnosti.

### Padajúce kométy

Prvá teória formulovaná J. R. Mayerom tvrdila, že zdrojom energie Slnka sú kométy dopadajúce na Slnko. Predpokladajte, že kométy dopadajú na Slnko rýchlosťou  $20 \text{ km s}^{-1}$  a že všetka kinetická energia kométy dopadajúcej na Slnko sa premení na žiarenie Slnka. Kométy majú priemernú hustotu  $0,6 \text{ g cm}^{-3}$  a polomer okolo 5 km.

- Aká je celková hmotnosť a počet komét, ktoré by museli dopadnúť na Slnko za rok?
- Priemerná hustota hmoty v páse asteroidov je  $4,3 \cdot 10^{-14} \text{ kg m}^{-3}$ . Väčšina telies hlavného pásu asteroidov sa nachádza medzi 2,06 au a 3,27 au od Slnka, hrúbka pásu je 1 au. Ako dlho by Slnko svietilo, ak by naň postupne dopadli všetky objekty pásu asteroidov?

Rýchlosť dopadu opäť predpokladajte ako  $20 \text{ km s}^{-1}$ . Aký násobok hmoty hlavného pásu asteroidov by musel dopadnúť na Slnko, aby mohlo svietiť 4,6 miliardy rokov?

### Gravitačná kontrakcia

Ďalšia teória o vyžarovaní Slnka bola vymyslená H. Helmholtzom a neskôr vylepšená W. Thomsonom. Zdrojom energie Slnka mala byť gravitačná kontrakcia - Slnko sa malo zmršťovať a svoju gravitačnú potenciálnu energiu premieňať na žiarenie.

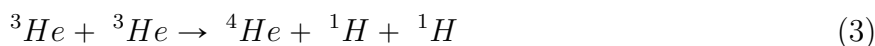
- (c) Za predpokladu, že luminozita Slnka je počas celej doby existencie Slnka konštantná, vypočítajte hornú hranicu veku Slnka.

Gravitačná potenciálna energia gule s hmotnosťou  $M$  a polomerom  $R$  je

$$E_p = \frac{-3GM^2}{5R}$$

### Protón-protónový cyklus

V roku 1926 publikoval Arthur Eddington článok *The Internal Constitution of Stars*, v ktorom argumentoval v prospech teórie, že hlavným zdrojom energie hviezd sú jadrové reakcie - premena vodíka na hélium. Neskôr, keď sa získali dostatočné poznatky z kvantovej fyziky, sa táto teória potvrdila. Jednou z dvoch jadrových reakcií, ktorou hviezdy premieňajú vodík na hélium je tzv. protón-protónový cyklus. Najčastejšia podoba protón-protónového cyklu je:



Pozitrón z prvej reakcie takmer vždy anihiluje s elektrónom v jeho okolí, čím sa uvoľní ďalšia energia. Na to, aby prebehla reakcia (3) je potrebné, aby reakcie (1) a (2) prebehli dvakrát. To teda znamená, že celková energia získaná z p-p cyklu je súčtom energie z tretej reakcie a dvojnásobku energií z prvej a druhej reakcie.

- (d) Odhaduje sa, že 91% slnečnej energie pochádza z tohto cyklu. Koľko protón-protónových cyklov prebehne v Slnku za 1 sekundu?

### CNO cyklus

CNO cyklus je ďalšou z reakcií, ktorou hviezdy premieňajú vodík na hélium. Táto reakcia je hlavným zdrojom energie hviezd hmotnejších ako  $1,3 M_{\odot}$ . CNO cyklus nezávislo predpovedali v 30. rokoch 20. storočia C. von Weizsäcker a H. Bethe. CNO cyklus prebieha nasledujúco:





(e) Aká je celková energia v MeV uvoľnená z CNO cyklu?

### 3 Štvrtstoročie s exoplanétami

Polovicu Nobelovej ceny za rok 2019 dostali astronómovia D. Queloz a M. Mayor za objav prvej exoplanéty (51 Pegasi b) okolo hviezdy hlavnej postupnosti s hmotnosťou  $M_{51Peg} = 1,11 M_{\odot}$  a žiarivým výkonom  $L_{51Peg} = 4,28 \cdot 10^{26} \text{ W}$  (rok 1995). Jedná sa o tzv. horúci Jupiter – masívne teleso na krátkej obežnej dráhe.

Planétu objavili vysokocitlivým spektrografom ELODIE, ktorý monitoroval vlnovú dĺžku viacerých absorpčných čiar v svetle hviezdy. Vzájomný orbitálny pohyb hviezdy a planéty okolo hmotného stredu má za následok periodický dopplerovský posun spektrálnych čiar okolo strednej hodnoty. Táto stratégia sa nazýva metóda radiálnych rýchlostí.

- Planéta bola objavená z dopplerovského signálu s periódou 4,23 dní. Spočítajte strednú vzdialenosť 51 Peg b od materskej hviezdy.
- Vlnové dĺžky všetkých čiar v spektre hviezdy oscilujú s malou relatívnou amplitúdou iba  $1,85 \cdot 10^{-7}$ . Signál má tvar dokonalej sínusoidy a neboli detegované žiadne iné periódy. Za predpokladu, že zorný lúč zo Zeme leží v orbitálnej rovine 51 Peg b, spočítajte hmotnosť planéty. Krátko (aj kvantitatívne) popíšte ako by sa interpretácia výsledku zmenila, keby sme neučinili posledný predpoklad o sklone dráhy.
- vypočítajte rovnovážnu teplotu planéty, ak má Bondovo albedo<sup>1</sup> 0,2 a vyžaruje ako čierne teleso s homogénnou teplotou. Prečo tento model pravdepodobne nie je v prípade horúceho Jupitera použiteľný?

Napokon opustíme systém 51 Peg a zvažme širšiu populáciu hviezd. Najviac nás zaujímajú planéty v obývateľnej zóne, teda v našom zjednodušení v takom intervale vzdialenosti od hviezdy, ktorému zodpovedá povrchová teplota v intervale (0 °C, 100 °C). Uvažujte pre d) takýto kontext:

- planéta hmotnosti ( $m$ ) Zeme na kruhovej dráhe okolo materskej hviezdy, v rovine zorného lúča
- zanedbajte akýkoľvek skleníkový efekt alebo albedo povrchu
- ELODIE má rozlišovaciu schopnosť (minimálna amplitúda radiálnej rýchlosti)  $v_0 = 13 \text{ m s}^{-1}$

---

<sup>1</sup>albedo (odrazivosť planéty) – bezrozmerné číslo v intervale (0,1) vyjadrujúce pomer odrazeného žiarenia k všetkému dopadajúcemu žiareniu

- existuje približný vzťah medzi žiarivým výkonom  $L$  a hmotnosťou  $M$  hviezdy v tvare

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \frac{M^4}{M_{\odot}^4}$$

- (d) aká je najväčšia hmotnosť hviezdy  $M$ , pri akej vie ELODIE ledva detekovať vyššie špecifikovanú planétu v obývateľnej zóne? Interpretujte výsledok a jeho vplyv na pozorovateľnosť exoplanét podobných Zemi.

## 4 Ďalekohľad

Do reflektora s priemerom primárneho zrkadla 150 mm a svetelnosťou  $f/5$  umiestnime okulár s ohniskovou vzdialenosťou 10 mm. Aké zväčšenie má daná konfigurácia?

Hviezda Vega ( $18^{\text{h}} 36^{\text{m}}, 38^{\circ}47'$ ) prešla po vypnutí hodinového stroja priemerom zorného poľa okuláru za 190 sekúnd. Určte AFOV, tj. uhlový priemer zdanlivého zorného poľa (ide o charakteristiku okuláru danú jeho konštrukciou).

Okulár vymeníme za CCD čip s rozmermi  $35,8 \text{ mm} \times 23,9 \text{ mm}$ , ktorý má 12,8 Mpx. Aký veľký obraz (priemer v px) Jupitera uvidíme na obrázku, ak má Jupiter uhlový priemer  $45''$ ?