

# AO 2019, SŠ, finále

## 1 Západ hviezdy v Galante

(autor: Dejan Prokop)

Pozorovateľ A sleduje oblohu v Galante ( $48^{\circ}11'20''\text{N}$ ,  $17^{\circ}43'35''\text{E}$ ). V ten istý čas zároveň pozoruje oblohu aj pozorovateľ B v Michalovciach ( $48^{\circ}44'57''\text{N}$ ,  $21^{\circ}54'5''\text{E}$ ). Predpokladajme, že sa obe mestá nachádzajú v rovnakej nadmorskej výške (pre jednoduchosť obe sú na hladine mora). Presne o 22:00:00 spozoruje pozorovateľ A na obzore vychádzať hviezdu a zmeria jej deklináciu  $\delta = 20^{\circ}15'$ .

Pri Vašich výpočtoch zanedbávajúce atmosférickú refrakciu.

1. Určte hodinový uhol hviezdy v čase pozorovania pre pozorovateľa A.
2. Odhadnite čas východu tejto hviezdy pre pozorovateľa B.
3. Koľko kilometrov južne by musel pozorovateľ A cestovať, aby mohol pozorovať hviezdu Hadar ( $\alpha = 14^{\text{h}}4^{\text{m}}$ ,  $\delta = -60^{\circ}22'$ ). Určte, či je pre pozorovateľa B hviezda Deneb ( $\alpha = 20^{\text{h}}41^{\text{m}}$ ,  $\delta = 45^{\circ}20'$ ) cirkumpolárna hviezda.
4. Akú vysokú budovu by museli v Galante postaviť, aby z jej vrcholu bol pozorovateľ A schopný vidieť hviezdu presne v čase, keď ju vidí pozorovateľ B vychádzať. Pre jednoduchosť predpokladajme, že obe mestá ležia na rovnakej rovnobežke a hviezda sa nachádza presne na východe.
5. Odhadnite dĺžku trvania občianskeho súmraku pri západe Slnka v Galante v deň letného slnovratu. Poznámka: Vychádzajte pri Vašom výpočte z definície občianskeho súmraku.
6. Vyberte správnu možnosť a veľmi stručne (stačí jednou vetou) sa pokúste odôvodniť svoj výber:
  - (a) Dĺžka trvania občianskeho súmraku pri západe Slnka v deň letného slnovratu je v Galante **DLHŠIA** / **KRATŠIA** / **ROVNAKO DLHÁ** ako počas zimného slnovratu.
  - (b) Ak by náš výpočet bral do úvahy aj atmosférickú refrakciu, ktorá dosahuje pri horizonte asi  $35'$ , tak by sa naša vypočítaná dĺžka súmraku **PREDLŽILA** / **SKRÁTILA** / **ZOSTALA BY ROVNAKÁ**.

*Poznámka: Jednotlivé časti úlohy na seba nenadväzujú, preto by ste aj napriek tomu, že nedokázate spočítať niektorú z častí, mali byť schopný vyriešiť ostatné.*

## 2 Fotometrické veličiny

(autor: Jana Švrčková)

Stefanov-Boltzmannov zákon nám hovorí, ako závisí intenzita vyžarovania hviezdy od jej teploty:

$$I = \sigma T^4.$$

$\sigma$  je Stefanova-Boltzmanova konštanta a dá sa vyjadriť pomocou iných konštánt ako

$$\sigma = A \frac{k_B^\alpha}{h^\beta c^\gamma},$$

kde  $k_B$  je Boltzmannova konštanta,  $h$  je Planckova konštanta,  $c$  je rýchlosť svetla a  $A$  je bezrozmerná konštanta.

- Určte pomocou rozmerovej analýzy hodnoty koeficientov  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  a hodnotu konštanty  $A$ .
- Rádiateleskop s priemerom  $D = 200$  m pozoroval po celú noc pulzar. Spektrálna intenzita žiarenia pulzaru na frekvencii 1660 MHz bola  $S_{1660} = 0,21$  Jy. Aké množstvo energie zachytí rádiateleskop počas osemhodinového pozorovania pulzaru na frekvencii 1660 MHz so šírkou pásma 100 MHz?

Pre vyžarovanie rádiových vln sa Planckov zákon dá zjednodušiť na Rayleighov-Jeansov zákon:

$$B_f = \frac{2k_B T f^2}{c^2}$$

$B_f$  je výkon pulzaru prerátaný na meter štvorcový na steradián na Herz.

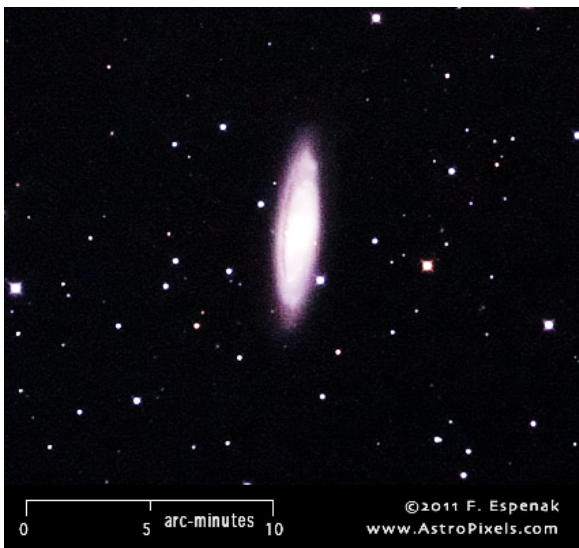
- Porovnajzte túto energiu s energiou zachytenou počas 5 minút solárnym panelom s plochou  $1 \text{ m}^2$  a účinnosťou 5,4%. Koľkokrát je menšia/väčšia energia zachytená solárnym panelom?

### 3 Rotačné krivky galaxií

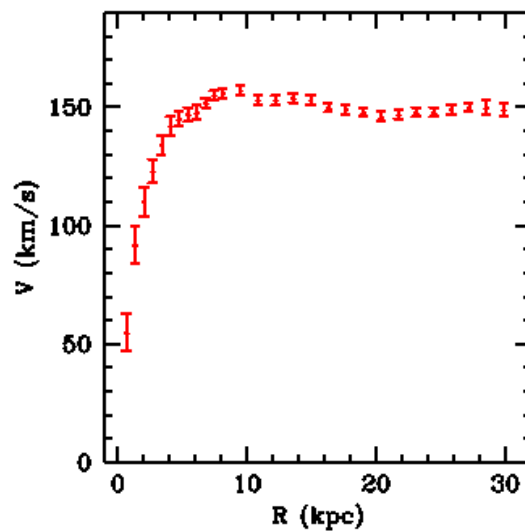
(autor: Martin Okánik)

Rotačná krivka galaxie je závislosť rýchlosti rotácie od vzdialenosti od stredu, značené  $v(r)$ . V tejto úlohe sa pozrieme na rotačné krivky galaxií a na niektoré teórie, ktoré sa snažia vysvetliť ich neočakávané tvary. Dominantnou teóriou vysvetľujúcou túto nezrovnalosť je prítomnosť tzv. tmavej hmoty. Jedná sa o exotické častice neinteragujúce s okolím elektromagneticky (napr. svetlo) ale iba gravitačne. Alternatívne teórie (MOND – Modified Newtonian Dynamics) navrhujú, že v skutočnosti sú to samotné zákony fyziky, ktoré musia byť pozmenené pri veľmi slabých poliach.

Predstavme si fiktívnu galaxiu, v ktorej strede sedí čierna diera s hmotnosťou  $M = 80 \cdot 10^6 M_{\odot}$ . Obklopuje ju sférická centrálna oblasť s konštantnou hustotou  $\rho_0 = 0,2 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$  s polomerom  $r_0 = 5 \text{ kpc}$ . Hmotnosť všetkých vonkajších častí v prvom priblížení zanedbáme, vidíme ale, že hviezdy obiehajú centrum galaxie v tenkom disku. Vzdialenosť  $d = 10,7 \text{ Mpc}$ , radiálna rýchlosť  $v_{rad} = 807 \text{ km s}^{-1}$ .



Obrázok 1



Obrázok 2

Poznámka k obr. č.1: (v skutočnosti ide o M65, ale nasledujúce údaje sú vymyslené) rotačná krivka z: <http://w.astro.berkeley.edu/~mwhite/darkmatter/rotcurve.html>

#### Úlohy:

- Určte rotačnú krivku  $v(r)$  pre túto galaxiu a urobte hrubý náčrt ukazujúci jej správanie pre vzdialenosť  $r$  od stredu po  $10 \text{ kpc}$ . Vypočítajte rotačnú rýchlosť pre okraj hala ( $r_0$ ) a vzdialenosť  $10 \text{ kpc}$  ( $2r_0$ ).
- Predstavte si teraz, že naša skúmaná galaxia je zobrazená na obrázku č.1. Zahrievacia otázka: Aký je viditeľný polomer tejto galaxie (v  $\text{kpc}$ )? Ďalej určte najvyššiu a najnižšiu vlnovú dĺžku vodíkovej čiary H-alfa s laboratórnou hodnotou  $656,28 \text{ nm}$  meranú z objektov v rovine disku (a pozdĺž veľkej osi na obrázku).

- (c) Skutočné rotačné krivky vyzerajú skôr ako tá na obrázku č. 2. Určite tvar závislosti hustoty sférického oblaku tmavej hmoty od vzdialenosti  $\rho(r)$  potrebnú na pozorovanie plochej rotačnej krivky. Stačí určiť mocninu  $n$  vo vzťahu  $\rho(r) = kr^n$ , kde  $k$  je konšanta. Hmotnosť klasickej hmoty môžete zanedbať.
- (d) Podľa teórie modifikovanej dynamiky treba do Newtonovho zákona sily pridať korekčný člen

$$q = \left(1 + \left(\frac{a_0}{a}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

kde  $a_0$  je zrýchlenie pri ktorom začínajú prevládať MOND efekty. V prípade správnosti teórie by sa jednalo o dôležitý parameter v kozmológii.

$$F = qma$$

Ukážte, že vzťah medzi vonkajšou silou a zrýchlením bude pre  $a \ll a_0$  mať tvar

$$F = m \frac{a^2}{a_0}$$

najmä že táto rovnica vie vysvetliť ploché rotačné krivky za okrajom galaxie. Uvažujte platnosť klasického vzorca pre gravitačnú interakciu. Nájdite hodnotu  $a_0$  pre  $v = 150 \text{ km s}^{-1}$  (obrázok č. 2) a hmotnosť  $1 \cdot 10^{11} M_\odot$ .

**Pomôcka:**

Tieto vzťahy možno použiť pre všetky sféricky symetrické rozloženia hmoty  $M(r)$ : všetka hmotnosť vnútri gule s polomerom  $R$  pôsobí na časticu na jej okraji tak, ako keby bola všetka táto hmotnosť v hmotnom bode v strede gule. Všetka hmotnosť vo vzdialenosti väčšej ako  $R$  na časticu nepôsobí (jej celkové pôsobenie sa presne vyruší).